

マイクロせん断応力計による壁面せん断応力分布の 離散ウェーブレット解析

木村元昭 (日大理工) 武居昌宏(日大理工) 李輝(鹿児島大工) Chih-Ming HO(UCLA)
SteveTUNG(UCLA) 越智光昭(日大理工) 齊藤兆古(法政大工) 堀井清之(白百合女子大)

Discrete Wavelet Analysis of Wall Shear Stress with Micro Shear Stress Sensor

Motoaki KIMURA (Nihon Univ.) Masahiro Takei(Nihon Univ.), Hui LI(Kagoshima Univ.),
Chih-Ming HO(UCLA) SteveTUNG(UCLA) Mitsuaki OCHI(Nihon Univ.)
Yoshifuru SAITO(Hosei Univ.) Kiyoshi HORII(Shirayuri College)

Abstract

Stripe structure in turbulent boundary layer has been clearly visualized by discrete wavelet transform based on the shear stress data using MEMS(Micro-Electro-Mechanical-Systems). The chip is designed and fabricated by surface micromachining technology. The characteristics of high shear stress streaks were described with statistics. Physical quantities associated with the high shear stress streaks such as their length, width and peak shear stress level, were obtained.

Key words: Turbulent Boundary Layer, MEMS, Shear Stress Sensor, Discrete Wavelet Transform

1. 緒言

乱流境界層内の縞構造は壁面近傍の支配的な流れ構造であることから可視化、実験および数値計算による研究が精力的に進められている¹⁾⁻⁵⁾。ところが、レイノルズ数が高くなるに従いその縞構造は小さくなるために高い空間分解能と周波数応答が必要となり、従来のセンサでは測定が困難である。UCLA と Caltech では乱流境界層のせん断応力制御を念頭において、マイクロマシン技術によるセンサ、アクチュエータおよび電子回路を一体化した制御システムの設計製作を行っており、壁面せん断応力の縞構造の高精度な可視化に成功している⁶⁾。しかしながら、このような縞構造の分布は、色々な周波数成分を合成した積分値が得られるものであり、さらなる縞構造の解析においては、別の手段による解析が必要である。このような周波数特性を得る手段として、ウェーブレット解析が注目を集めている⁷⁾⁸⁾。このウェーブレット解析は主に連続ウェーブレットを用いたものだが、筆者の一人は、電磁気学の分野で離散ウェーブレットを応用している⁹⁾。

本研究においては、マイクロせん断応力計により、乱流境界層内のせん断応力を准2次元的に測定し、その2次元データに離散ウェーブレット変換を施し、縞構造のより詳細な抽出を行うことを目的としている。

2. 離散ウェーブレット変換

離散ウェーブレット変換の行列表現は、

$$S = WX \quad (1)$$

で表させ、 S はウェーブレットスペクトラム、 W はアナライジングウェーブレット行列、 X は入力データである。 W は次の行列 C を基本として、カスケードアルゴリズムにより求めることができる。その行列 C は、4 次の

Daubechies 関数 ($N=4$) の場合、

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & \cdot 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & 0 & 0 & \cdot 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & \cdot 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 & \cdot 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot c_3 & -c_2 & c_1 & -c_0 \\ c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot 0 & 0 & c_0 & c_1 \\ c_1 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot 0 & 0 & c_3 & -c_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} c_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \end{matrix} \quad (2)$$

$$c_3 - c_2 + c_1 - c_0 = 0 \quad (3)$$

$$0 \ c_3 - 1 \ c_2 + 2 \ c_1 - 3 \ c_0 = 0 \quad (4)$$

であり、ここで、 $C^T \cdot C = I$ 、 I は単位行列、 C^T は C の転置行列である。式(2)の行列 C の1行目はスケーリング係数であり、2行目はウェーブレット係数である。4 次の Daubechies 関数 ($N=4$) は、各行に4個の係数を持ち、第1行目は、 c_0 、 c_1 、 c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの和の演算である。第2行目は c_0 、 c_1 、 c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの差の演算である。3行目は1行目を2ステップ移動したもの、4行目は2行目を2ステップ移動したものである。式(3)と(4)より、入力行列の各要素が一定または単調増加である場合には、変換された値は0になる。

行列 C から W を求めるカスケードアルゴリズムについて、説明を容易にするために、入力行列 X は、

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16}]^T \quad (5)$$

のように1次元16要素からなるものとする。

式(2)と(5)より、変換行列 X' は、

$$X' = C_{16} X = [s_1 \ d_1 \ s_2 \ d_2 \ s_3 \ d_3 \ s_4 \ d_4 \ s_5 \ d_5 \ s_6 \ d_6 \ s_7 \ d_7 \ s_8 \ d_8]^T \quad (6)$$

となり、 C_{16} は 16X16 の C 行列である。この式(6)で要素 s は和の演算を行ったものを示し、要素 d は差の演算を行ったものを示す。

次に、この X' 中の要素の位置を行列 P_{16} によって変換する。

$$P_{16} X' = [s_1 s_2 s_3 s_4 s_5 s_6 s_7 s_8 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (7)$$

そしてさらに、式(7)に対して、C と P 行列によって変換を続ける。すなわち、

$$W^{(2)} X = [S_1 S_2 S_3 S_4 D_1 D_2 D_3 D_4 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (8)$$

$$S = W^{(3)} X = [S_1 S_2 D_1 D_2 D_1 D_2 D_3 D_4 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (9)$$

の演算を施す。ここで、

$$\begin{aligned} W^{(2)} &= (P_{16} C_{16}') (P_{16} C_{16}) \quad (10) \\ W^{(3)} &= (P_{16}'' C_{16}''') (P_{16}' C_{16}') (P_{16} C_{16}) \quad (11) \\ P_{16}' &= \begin{bmatrix} P_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} C_{16}' = \begin{bmatrix} C_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} P_{16}'' = \begin{bmatrix} P_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} C_{16}'' = \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

$W^{(3)}$ は式(1)のアナライジングウェーブレット行列 W である。式(8)において、 S_1 は式(9)における s_1 から s_4 までの重みを付けた和を示す。 S_2 は s_3 から s_6 までの重みを付けた和を示し、 D_1 は式(9)における s_1 から s_4 までの重みを付けた差を示す。式(9)で、 S_1 は式(8)における S_1 から S_4 までの重みを付けた和を示し、 D_1 は式(8)の S_1 から S_4 までの重みを付けた差を示す。

式(9)から、離散ウェーブレット逆変換は、

$$X = [W^{(3)}]^T S \quad (13)$$

$$[W^{(3)}]^T = [(P_{16}'' C_{16}''') (P_{16}' C_{16}') (P_{16} C_{16})]^T = C_{16}^T P_{16}^T (C_{16}')^T (P_{16}')^T (C_{16})^T (P_{16})^T \quad (14)$$

となり、式(13)から、多重解像度は、

$$X = [W^{(3)}]^T S_0 + [W^{(3)}]^T S_1 + [W^{(3)}]^T S_2 + [W^{(3)}]^T S_3 \quad (15)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} S_0 &= [s_1 s_2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]^T \\ S_1 &= [0 0 D_1 D_2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]^T \\ S_2 &= [0 0 0 0 D_1 D_2 D_3 D_4 0 0 0 0 0 0 0 0]^T \\ S_3 &= [0 0 0 0 0 0 0 0 d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8]^T \quad (16) \end{aligned}$$

である。以上から、入力行列の要素数が 16 で 4 次の Daubechies 関数を用いた場合、多重解像度は、Level 0 から Level 3 まで存在する。

2次元離散ウェーブレットスペクトラム S は、縦方向のウェーブレット変換について、 X の左から n 行の m 列の W_n を掛け算して求め、横方向のウェーブレット変換について、 X の右から W_m^T を掛け算することで求められ、その S は、

$$S = W_n \cdot X \cdot W_m^T \quad (17)$$

で表せられる。ここで、 W_m^T は W_n の転置行列を示す。このウェーブレット逆変換は(17)式の左右から掛け算した変換行列を単位正方行列とすればよいので、

$$X = W_n^T \cdot S \cdot W_m \quad (18)$$

で表される。

一般的に、入力行列の要素が 2^n 個で k 次 ($N=k$) の Daubechies 関数を用いた場合、その多重解像度解析は、式(14)において、変換された和の要素の数が k より小さくなるまで、繰り返し和と差の演算が続けられる。本研究においては、アナライジングウェーブレットとしてドビッシー(Daubechies)16次関数を用いた。

3. 実験

実験は高さ 25.4mm、幅 610mm の矩形断面、長さ 4877mm のチャンネル型風洞を用いた。熱線流速計を用いた流速分布によれば、チャンネル入り口付近で層流、後半では乱流になることが確認されている。測定に用いたマイクロせん断応力カイメージチップ¹⁰⁾は Fig.1 に示した通りで、チップ上には 1 列に 25 個のせん断応力センサが並ぶ列が 3 列、1 列に 5 個のセンサが並ぶ列が 2 列の計 85 個のセンサ群から構成されており、隣り合うセンサ中心の間隔は 300 μ m で、センサはホットフィルム型である。各センサはポリシリコン製 150 μ m x 3 μ m の線状で、厚さ 1.2 μ m の窒化シリコン板上に位置している。断熱のために下部に 2 μ m の真空空洞があり、センサから壁面への熱伝導が減少しセンサ感度が顕著に向上する。センサは定温度型熱線流速計と同様な回路を用い加熱比 1.1 で作動する。チップはチャンネル上流端から 4267mm の乱流領域にチャンネル壁面と凹凸がないように装着された。センサの較正は時間平均出力を圧力勾配より得られる時間平均せん断応力と比較することにより行った。第 1 列目の 25 個のセンサ列により長さ 7.5mm の範囲で流れと直角方向の壁面せん断応力の時間変化を測定した。センサ出力感度は 1V/Pa、周波数応答は矩形によれば 25kHz である。実験はチャンネル高さの半分の長さで中央速度によるレイノルズ Re が 8700 と 17400 の 2 種類に対して行った。

Fig.2 はマイクロせん断応力カイメージチップにより測定された、時空間准 2 次元せん断応力分布を、最大値を 1.0 に最小値を 0.0 に正規化して濃淡で示したものであり、せん断応力の高いところは淡色で、低いところは濃色で示されている。この図において、センサから得られる流れと直角方向(横方向: x-direction)のデータ数は 25(幅 7.5mm)であり、離散ウェーブレット変換は 2 のべき乗を対象とするので、26 から 32 までの値には意図的に 0 を入れた。また、時間軸(縦方向: y-direction)は、51.2ms を変換対象としたが、図には 10ms の範囲を示した。レイノルズ数が高くなるに従い、相対的に高いせん断応力が集中する縞状の領域は、流れと直角方向の幅が狭く、流れ方向に長くなる事が分かる。

4. ウェーブレット解析結果と考察

Fig.2 に対して離散ウェーブレット変換を施した。そのウェーブレットスペクトラムは Fig.3 に示す通りであり、特徴ある成分が(1,1)成分近傍に集まることがわかる。この Fig.3 に対して、離散ウェーブレット逆変換を施し、多重解像度解析を行った結果は、Fig.4 と 5 に

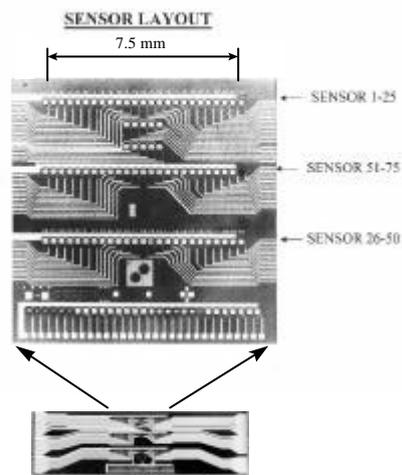
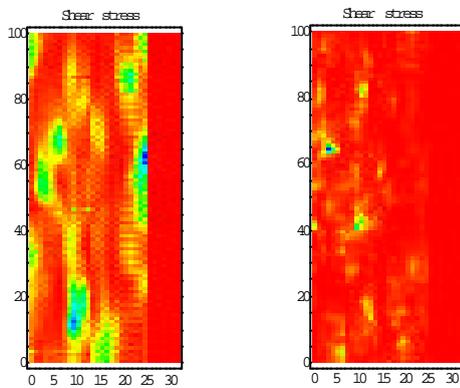
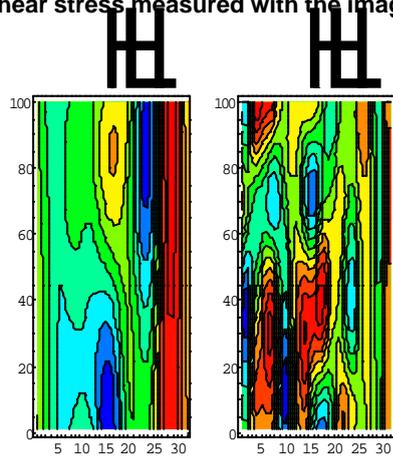


Fig. 1 A surface shear stress imaging chip

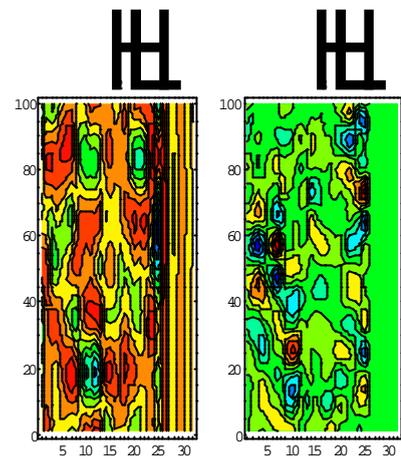


(a) $Re=8700$
 (b) $Re=17400$
 x-direction [X 300 μ m], y-direction [X 0.1 ms]

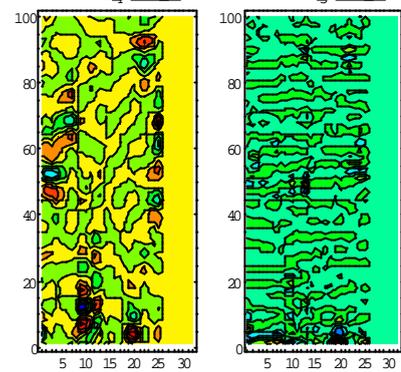
Fig. 2 Shear stress measured with the imaging chip



(a) Level 0 (b) Level 1

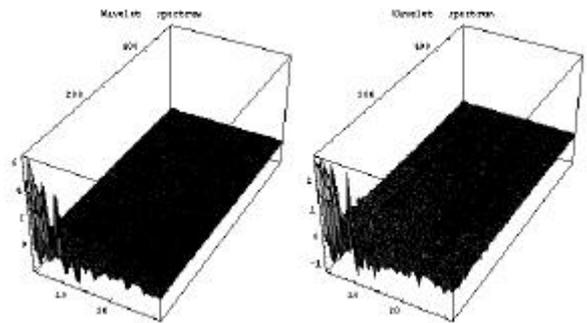


(c) Level 2 (d) Level 3



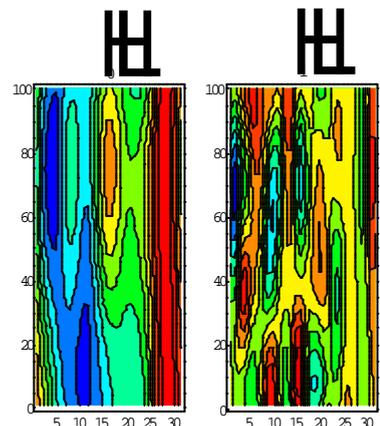
(e) Level 4 (f) Level 5

Fig. 4 Multiresolution analysis in $Re=8700$



(a) $Re=8700$ (b) $Re=17400$

Fig. 3 Wavelet spectrum



(a) Level 0 (b) Level 1

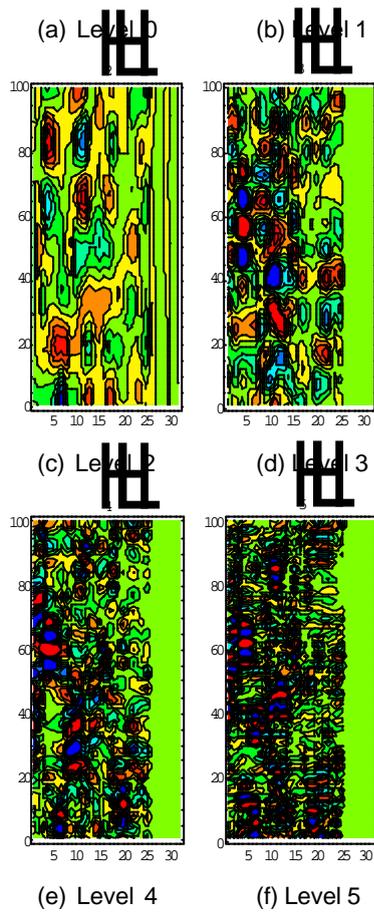


Fig. 5 Multiresolution analysis in $Re=17400$

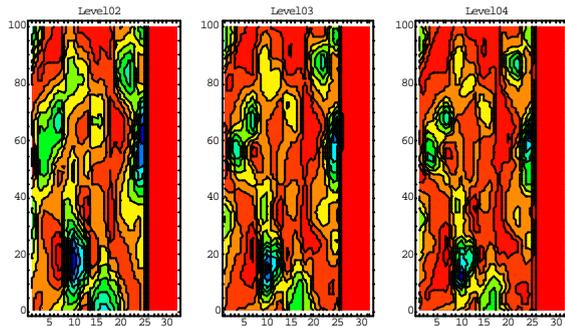


Fig. 6 Multiresolution filtering in Re=8700

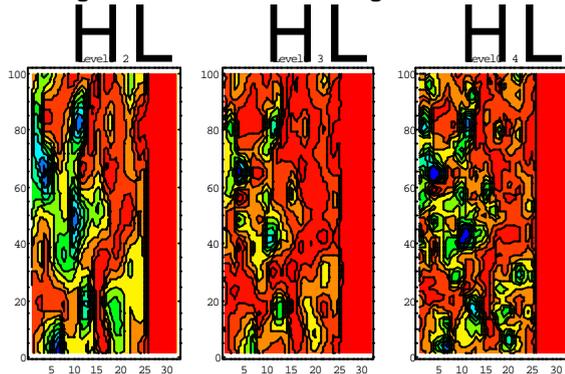


Fig. 7 Multiresolution filtering in Re=17400

示した通りである。Fig.2と同様に最大値を1.0に最小値を0.0に正規化して濃淡で示したものである。せん断応力の低いところは濃色(濃い灰色)で、そして、高くなるに従い一旦淡色となり、最も高い部分は黒色で示されている。この図において、Level 0からLevel5とレベルが高くなるにしたがって、入力データは低周波数成分から高周波数成分に分解され示されている。Level6については省略している。表示した範囲は元のデータであるFig.2に示すものと同範囲である。離散ウェーブレットは正規直交するので、各レベルをすべて加えたものは、Fig.2の元のせん断応力分布を示す。

次に壁面せん断応力の制御を念頭に置いた高せん断応力領域の予測手続き¹¹⁾の成績を改善するために離散ウェーブレット変換による壁面せん断応力データのフィルタリングを試みる。壁面の縞状低速領域から生ずる一連のバースティングイベントによる立て渦もたらず高せん断応力領域は、本マイクロせん断応力計により計測することが可能である。しかし、データの中には1回のバースティングイベントが通過する数msのオーダーの変動と、これに伴う流体現象として存在する数kHz以上の変動あるいはセンサ系の高周波ノイズ成分が混在しており、高せん断応力領域の判別に支障を来す原因となる。これらの高周波数の変動を除去し、高せん断応力領域の判別を明瞭化するために離散ウェーブレット変換を用いた。

図6及び図7に先に示したRe=8700とRe=12400の多重解像度解析結果を再び重ね合わせた場合のせん断応力等強度分布を示す。ここでLevel02はLevel0+Level1+Level2を示し、Level03及びLevel04も同様に重ね合わせを実行した結果である。尚、各図の正規化あるいは色の濃淡、黒の領域による等せん断応力等強度線はFig.4,5と同様である。

まずRe=8700のレイノルズ数が比較的低い場合では、Level04からLevel02と重ね合わせを変更することで高せん断応力領域(黒色部分)が鮮明に表現されていることが分かる。つまり全体の積分値からLevel5とLevel6を除去することで顕著なフィルタリング効果を実現される。またRe=17400の場合では、Level5とLevel6を除去したLevel04よりFig.2(b)からは判別が困難であった高せん断応力領域(黒色部分)が明確に表現されることが分かる。さらに、Level03、Level02と高次のフィルタリングを掛けることで、領域が縮小しかつ複雑な形状となり判別が困難である高せん断応力領域の形状を単純化することができ、高せん断応力領域がやはり鮮明に表現される。これは壁面せん断応力の高周波成分が離散ウェーブレット変換のフィルタリング効果により除去された結果と考えられる。以上のプロセスは壁面せん断応力の制御を念頭に置いた高せん断応力領域の予測手続きに不可欠なものであり、高せん断応力領域の認識に大きな成果を上げるものと期待される。

5. 結論

マイクロせん断応力計による壁面せん断応力分布に対して、離散ウェーブレット変換を試みた結果次の事が明らかとなった。

- (1) 周波数帯域別にせん断応力縞状構造を分離することができ、各周波数レベルおきに壁面せん断応力の構造を可視化することができた。
- (2) 離散ウェーブレット変換の多重解像度解析を用いることにより、本報告のレイノルズ数の範囲で、高せん断応力領域の判別を明確にすることに成功し、壁面せん断応力の制御を念頭に置いた高せん断応力領域の認識に大きな成果を上げる可能性を示した。

参考文献

- 1) Cantwell, B. J.: Organized Motion in Turbulent Flow, Ann. Rev. Fluid Mech. Vol.13 (1981) 457-515
- 2) Head, M.R., et al.: New Aspects of Turbulent Boundary-Layer Structure, J. Fluid Mech. Vol.107 (1981) 297-338
- 3) Kline, S. J., et al.: The Structure of Turbulent Boundary Layers, J. Fluid Mech. Vol.30, No.4 (1967) 741-773
- 4) Smith, C. R., et al.: The Characteristics of Low-Speed streaks in the Near-Wall Region of a Turbulent Boundary Layer, J. Fluid Mech. Vol.129 (1983) 27-54
- 5) Kim, J., et al.: Turbulent Statistics in Fully developed Channel Flow at Low Reynolds Number, J. Fluid Mech. Vol.177 (1987) 133-166
- 6) Ho, C.-M., et al.: MEMS- A Technology for Advancements in Aerospace Engineering, AIAA Paper 97-0545 (1997)
- 7) 田村祐二ら: Wavelet 解析を用いた乱流境界層再層流化過程におけるバースト現象の可視化, 可視化情報 Vol.18, Suppl. No.1 (1998) 23-26
- 8) Li, H., et al.: Application of Wavelet Cross-correlation Analysis to a Plane Turbulent Jet, JSME Int. Journal Fluids and Thermal Eng. Vol.40, No.1, (1997) 58-66
- 9) 齊藤兆古: 離散値系ウェーブレット変換の電磁界計算への応用 電気学会論文誌 A, Vol. 116A, No10 (1996) 833-839
- 10) Jiang, F., et al.: A Surface-Micromachined Shear Stress

Imager, 9th IEEE on MEMS, (1996) p110, San Diego

- 11) Kimura, M., et al.: MEMS for Aerodynamic Control, 28th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 97-2118 (1997)