

ORIGINAL

回転機研究会資料

資料番号

RM-73-2

m相かご形誘導電動機の空間高調波 に関する研究

齊藤 兆古
(法政大学)

1973年6月28日

社団法人 電気学会

東京都千代田区有楽町1の11

m相かご形誘導電動機の空間高調波に関する研究

斉藤 兆吉 (法政大学 工学部)

1. まえがき

従来からかご形誘導電動機においては空間高調波に起因して生ずる異状トルクの存在が知られており、これらの異状トルクを防ぐために古くから多くの研究が行なわれ、現在ではその大部分が解明されたように見える。(1)~(5)

従来の理論の多くは磁界や磁束密度等で理論を展開しているが、本論文では微分方程式から出発し、テンソル解析法を用いて空間高調波による異状トルクの解明を試みているものである。本論文で得られた結果は、定性的には従来の理論と同一の様相を示しているが、従来の理論で着々の空間高調波次数を独立した存在として取り扱う仮定は特定の場合のみ妥当であつて、一般的には誤つた仮定であるとの結論を得ている。

本研究で得られた成果は一般の交流回転機の空間高調波を取り扱う場合に極めて重要であると思われる。

2. 理論

<2.1> 基礎インピーダンス行列 空間高調波の発生原因はスロットパーミアンスの空間的変動によるものと起磁力分布によるものがある。

本研究では起磁力分布に起因する空間高調波のみを考え、スロットパーミアンスの変動は無視する。

1次m相2p極の起磁力分布によって生ずる磁界は、 μ_1 は零を各正の整数、 $\mu_1 = 2m\mu_1 \pm 1$ として次式で表わされる。(6)

$$H_1 = \sum_{\mu_1} H_{p\mu_1} \quad \dots\dots (2.1)$$

2次はかご形巻線では各1本の導体が1相を形成する、従つて1本の導体の起磁力分布による磁界は、 $\mu_2 = 1, 2, 3, \dots$ として次式で表わされる

$$H_2 = \sum_{\mu_2} H_{\mu_2} \quad \dots\dots (2.2)$$

(2.1), (2.2)式を用いて1次2次間のギャップ中に貯えられるエネルギーを計算して、Lagrange函数の運動エネルギーの項 \mathcal{L} が求まり、これにRayleighの消費函数 F 、および外部強制力 f_i (i は座標を示す。)を用いてEuler-Lagrangeの運動方程式、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial x_i} = f_i \quad \dots\dots (2.3)$$

を計算することによつて基礎微分方程式が得られる。1次 m 相2次 n 相として考えると、座標数は $m+n$ となり、得られた微分方程式のインピーダンス行列のみ取り出して書けば次式となる。

$$[Z] = \begin{bmatrix} [Z_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [Z_{22}] \end{bmatrix} \quad \dots (2.4)$$

$$[Z_{11}] = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_1} L_{j_1} + l_1 \right\} & \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{2\pi}{m} \omega_1 t & \cdot \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{m-1}{m} 2\pi \omega_1 t \\ \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{2\pi}{m} \omega_1 t & R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_1} L_{j_1} + l_1 \right\} & \cdot \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{m-2}{m} 2\pi \omega_1 t \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{m-1}{m} 2\pi \omega_1 t & \frac{d}{dt} \sum_{j_1} L_{j_1} \cos \frac{m-2}{m} 2\pi \omega_1 t & \cdot R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_1} L_{j_1} + l_1 \right\} \end{bmatrix}$$

$$[M_{12}] = [M_{21}] =$$

$$\frac{d}{dt} \sum_{j_1} M_{j_1} = \begin{bmatrix} \cos \omega_1 t & \cos \omega_1 \left(t + \frac{1}{n} 2\pi p \right) & \cdot \cos \omega_1 \left(t + \frac{n-1}{n} 2\pi p \right) \\ \cos \omega_1 \left(t - \frac{1}{m} 2\pi \right) & \cos \omega_1 \left(t - \frac{2\pi}{m} + \frac{2\pi}{n} p \right) & \cdot \cos \omega_1 \left(t - \frac{2\pi}{m} + \frac{n-1}{n} 2\pi p \right) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos \omega_1 \left(t - \frac{m-1}{m} 2\pi \right) & \cos \omega_1 \left(t - \frac{m-1}{m} 2\pi + \frac{2\pi}{n} p \right) & \cdot \cos \omega_1 \left(t - \frac{m-1}{m} 2\pi + \frac{n-1}{n} 2\pi p \right) \end{bmatrix}$$

$$[Z_{22}] = \begin{bmatrix} R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_2} L_{j_2} + l_2 \right\} & \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{2\pi}{n} \omega_2 t & \cdot \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{n-1}{n} 2\pi \omega_2 t \\ \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{2\pi}{n} \omega_2 t & R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_2} L_{j_2} + l_2 \right\} & \cdot \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{n-2}{n} 2\pi \omega_2 t \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{n-1}{n} 2\pi \omega_2 t & \frac{d}{dt} \sum_{j_2} L_{j_2} \cos \frac{n-2}{n} 2\pi \omega_2 t & \cdot R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{j_2} L_{j_2} + l_2 \right\} \end{bmatrix}$$

ここで、記号は以下に示すものである。

R_1, R_2 : 1次, 2次各1相の抵抗 L_{j_1}, L_{j_2} : 各空間高調波に対する1次, 2次各々の自己インダクタンス $M_{j_1 j_2}$: 各空間高調波に対する1次2次間の相互インダクタンス l_1, l_2 : 1次2次各々の漏れインダクタンス $\theta = (1-s)\omega t$: 1次2次間の回転の相角度 ω : 電源の角速度 s : すべり t : 行列の転置を示す。

〈2.2〉 座標変換と調波分析 (2.4) 式を m 相 n 相対称座標行列を用いて座標変換を行うが、ここで m 相 n 相対称座標行列のオペレータがどのように空間高調波の自己インダクタンスや相互インダクタンスに影響を与えるかを調べてみる。 m 相対称座標行列のオペレータ $\alpha = \exp(j2\pi/m)$ は $\omega_1 = 2m \cdot k \pm 1$ なる次数に対しては $\alpha^{\omega_1} = \exp\{(2m \cdot k \pm 1)j2\pi/m\} = \exp(\pm j2\pi)$ となって、 $\omega_1 = 2m \cdot k \pm 1$ は ± 1 なる次数と同じ効果を与える。 n 相対称座標行列のオペレータ $\beta = \exp(j2\pi/n)$ は $\omega_2 = gn + \delta$ (g は零を含む正の整数、 δ は n より小さい 2 次側空間高調波次数) なる 2 次側空間高調波次数に対しては $\beta^{\omega_2} = \exp\{(gn + \delta)j2\pi/n\} = \beta^\delta$ となって、 $\omega_2 = gn + \delta$ は δ なる次数と同じ効果を与える。

座標変換は通常のランリル解析法と同様にして次式で行なわれる。

$$[Z] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{[m] \cdot [Z_{11}] \cdot [m]^{-1}}{[n] \cdot [M_{21}] \cdot [m]^{-1}} & \frac{[m] \cdot [M_{12}] \cdot [n]^{-1}}{[n] \cdot [Z_{22}] \cdot [n]^{-1}} \\ \hline & \end{array} \right] \cdots (2.5)$$

$[Z_{11}]' = [m] \cdot [Z_{11}] \cdot [m]^{-1}$ の項は一般の n 相対称座標変換と同じく、正相逆相および零相分にインピーダンスを分解し、インピーダンス行列を対角化している。この場合のインピーダンス行列 $[Z_{11}]$ は m 次元の正方行列であるためにオ 2 行 2 列とオ m 行 m 列に正相、逆相分のインピーダンスが存在し、他の対角線上の要素はすべて零相分となる。 $[Z_{22}]' = [n] \cdot [Z_{22}] \cdot [n]^{-1}$ の項は 2 次側空間高調波の次数を $\omega_2 = gn + \delta$ と書き換えて計算を実行すれば、 $\omega_2 = gn + \delta$ と δ なる空間高調波次数の自己インダクタンスは $[Z_{22}]'$ の行列中でオ $\delta + 1$ 行 $\delta + 1$ 列とオ $n - \delta + 1$ 行 $n - \delta + 1$ 列のインピーダンスに寄与する。これは $[Z_{11}]'$ において $\omega_1 = 2m \cdot k \pm 1$ なる次数が正相、逆相分のインピーダンスに寄与するのに対して、 $\omega_2 = gn + \delta$ なる次数が δ なる次数の正相、逆相分のインピーダンスに寄与することを示している。

$[M_{12}]' = [m] \cdot [M_{12}] \cdot [n]^{-1}$ の項も $[Z_{11}]'$ 、 $[Z_{22}]'$ と同様な考慮をして計算を行なえば、オ 1 行 1 列の要素は $(\sqrt{m \cdot n}) \frac{1}{2} M_{gn} \cos(gn\theta/p)$ となり、これは 2 次側の零相分となる相互インダクタンスである。一般に $p\omega_1 = p(2m \cdot k \pm 1) = gn + \delta$ なる次数の相互インダクタンスは行列中のオ 2 行オ $\delta + 1$ 列に $(\sqrt{m \cdot n} / 2) \frac{1}{2} M_{gn+\delta} \exp\{\pm j(gn + \delta)\theta/p\}$ なる大きさで存在し、その共役のものがオ m 行 $n + 1 - \delta$ 列に存在する。従って、いま行列中でオ 2 行に存在する次数を $p\omega_1 = gn + \delta = p(2m \cdot k \pm 1)$ 、オ m 行に存在する次数を $p\omega_1' = g'n + \delta' = p(2m \cdot k' \pm 1)$ とすれば両者が同列となる条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} n(1 + g + g') &= 2p \left\{ m(A + A') \pm \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= p(\omega_1 + \omega_1') \end{aligned} \cdots (2.6)$$

(2.6) 式は記号によって次のように分類される。

- (a) $p\omega_1 = p(2m k \pm 1)$, $p\omega'_1 = p(2m k' \mp 1)$ のとき
 $n(1+g+g') = 2pm(k+k')$
- (b) $p\omega_1 = p(2m k + 1)$, $p\omega'_1 = p(2m k' + 1)$ のとき
 $n(1+g+g') = 2p\{m(k+k') + 1\}$
- (c) $p\omega_1 = p(2m k - 1)$, $p\omega'_1 = p(2m k' - 1)$ のとき
 $n(1+g+g') = 2p\{m(k+k') - 1\}$
- (d) 同列とならないとき
 $n(1+g+g') \neq 2p\{m(k+k') \pm (1)\}$

従って、空間高調波の相互インダクタンスは、1次2次相数および極数によって上記の4個のケースに調波分解される。(2.5)式の結果を上記の4個のケースについて以下に示す。

【a】

$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\omega_1} L_{\omega_1} + l_1 \right\}$		$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(gn+\delta)}}{g' gn+\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$
	$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\omega_1} L_{\omega_1} + l_1 \right\}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$
$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\omega_2} L_{\omega_2} + l_2 \right\}$	
$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{\pm j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$		$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\omega_2} L_{\omega_2} + l_2 \right\}$

【b】

$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\omega_1} L_{\omega_1} + l_1 \right\}$		$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$
	$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\omega_1} L_{\omega_1} + l_1 \right\}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{-j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$
$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\omega_2} L_{\omega_2} + l_2 \right\}$	
$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{-j(1+g'n-\delta)}}{1+g'n-\delta} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d\sqrt{mn}}{dt} \frac{\sum M \varepsilon^{j(gn+\delta)}}{gn+\delta} \frac{\theta}{P}$		$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\omega_2} L_{\omega_2} + l_2 \right\}$

〔 c 〕

$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_1 \right\}$		$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{-j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{-j(1+g'n-r)} \frac{\theta}{P}$
	$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_1 \right\}$	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(1+g'n-r)} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$
...	...		
$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(1+g'n-r)} \frac{\theta}{P}$	$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\mu_2} L_{\mu_2} + l_2 \right\}$	
...	...		
$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(1+g'n-r)} \frac{\theta}{P}$	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{-j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$		$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\mu_2} L_{\mu_2} + l_2 \right\}$
...	...		

〔 d 〕

$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_2 \right\}$		$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$	
	$R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_1 \right\}$		$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{-j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$
...	...		
$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$		$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\mu_2} L_{\mu_2} + l_2 \right\}$	
...	...		
	$\frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum M \varepsilon^{j(gn+r)} \frac{\theta}{P}$		$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{\mu_2} L_{\mu_2} + l_2 \right\}$
...	...		

上記の (a) ~ (d) のインピーダンス行列から、従来の理論で空間高調波次数がそれぞれ独立とする仮定が妥当なのは (d) のケースだけであって、他の場合は空間高調波の相互インダクタンスが2次回路を共通とするために1次回路にも特定の2次空間高調波、即ち $gn+r$ 次と $(1+g'n-r)$ 次の空間高調波の組み合わせによって高調波の電流が流れることが予測できる。

< 2.3 > 基本式および電流とトルク 1次 m 相印加電圧が完全に平衡したものであれば対称分に分解された電圧行列

$$[V]' = [m] \cdot [V]$$

はオ2行とオ m 行にのみ互に共役となる電圧が存在し、他の行はすべて零となる。従って、基本式は一般に次式で与えられる。

$$[V]' = [Z]' \cdot [I]' \quad \dots (2.7)$$

またトルクの一般式は次式で与えられる。(* は共役を示す。)

$$T = \frac{p}{4\omega_m} \left[\left[I \right]_t^* \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [z] \right\} \cdot [I] \right] \quad \dots (2.8)$$

電流の計算は (a) ~ (d) の各ケースでインピーダンス行列が異なるため、電流もトルクも各ケースによって異なってくる。従って、(a) ~ (d) のケース中 (b) のケースについてのみ電流・トルクの吟味を行ない、他のケースについてはそれらの結果のみ述べることにする。

(b) のケース、即ち $n(1+g+g') = 2p \{ m(A+L') + 1 \}$ のとき (2.7) 式の電圧行列で、奇2行に存在する電圧を $V \exp(j\omega t)$ 、奇1行に存在する電圧を $V^* \exp(-j\omega t)$ とすれば電流行列は次式のごとく書ける。

$$[I]' = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} l_1 \varepsilon^{j\omega t} & + & l_1'^* \varepsilon^{-j\omega t + j(1+g+g') \frac{n\theta}{p}} & \\ \hline l_1^* \varepsilon^{-j\omega t} & + & l_1' \varepsilon^{j\omega t - j(1+g+g') \frac{n\theta}{p}} & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline l_2 \varepsilon^{j\omega t - j(gn+\delta) \frac{\theta}{p}} & + & l_2^* \varepsilon^{-j\omega t + j(1+g'n-\delta) \frac{\theta}{p}} & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline l_2^* \varepsilon^{-j\omega t + j(gn+\delta) \frac{\theta}{p}} & + & l_2 \varepsilon^{j\omega t - j(1+g'n-\delta) \frac{\theta}{p}} & \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \end{array} \quad \dots (2.9)$$

さらに、(2.8) 式からトルクを計算すると、 $T = T_1 + T_1' + T_2 + T_2' + T_3 + T_3'$ として、全トルクは $T_t = T + T^*$ で与えられる。

ここで、

$$T_1 = j(gn+\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{gn+\delta} \cdot l_1^* \cdot l_{gn+\delta}, \quad T_1' = j(1+g'n-\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{1+g'n-\delta} \cdot l_1^* \cdot l_{1+g'n-\delta}$$

$$T_2 = j(gn+\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{gn+\delta} \cdot l_1' \cdot l_{1+g'n-\delta}^*, \quad T_2' = j(1+g'n-\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{1+g'n-\delta} \cdot l_1' \cdot l_{gn+\delta}^*$$

$$T_3 = j(gn+\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{gn+\delta} (l_1^* \cdot l_{1+g'n-\delta}^* - l_1'^* \cdot l_{gn+\delta}^*) \varepsilon^{-j2\omega t + j(1+g+g') \frac{n\theta}{p}}$$

$$T_3' = j(1+g'n-\delta) \frac{\sqrt{mn}}{4} M_{1+g'n-\delta} (l_1' \cdot l_{1+g'n-\delta} - l_1 \cdot l_{gn+\delta}) \varepsilon^{j2\omega t - j(1+g+g') \frac{n\theta}{p}}$$

であって、 T_1, T_1' は1次電源周波数と2次の高調波電流の間で生ずる非同期トルク、 T_2, T_2' の項は1次高調波電流と2次の高調波電流の間で生ずる非同期トルク、 T_3, T_3' の項は $s = 1 - 2p/m(1+g'+g)$ のすべりで有効ト

トルクを発生する回転同期トロリングであつて、これには(2.6)式を満足するすべての空間高調波が同時に寄与する。

<2.4> 1次高調波電流と同期トロリングの発生原因 1次高調波電流：(b)のケースのインペーダンス行列で2次インペーダンス

$$R_2 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{n}{2} \sum_{g'} L_{gn+\delta} + l_2 \right\}$$

は $gn+\delta$ 次と $(1+g')m-\delta$ 次の空間高調波相互インダクタンスに共通となつてゐるため上記のインペーダンスを流れる高調波電流は(2.9)式のオ4, 6行に示されてゐるように $gn+\delta$ 次と $(1+g')m-\delta$ 次の2種類存在する。そして、それぞれの高調波電流のなかで $gn+\delta$ 次の高調波電流が $(1+g')m-\delta$ 次の空間高調波相互インダクタンスを通して1次側に高調波電流を発生させる。同様に $(1+g')m-\delta$ 次の高調波電流が $gn+\delta$ 次の空間高調波相互インダクタンスを通して1次側に高調波電流を発生させる。

そうして、これらはどちらの組み合わせで生じた1次高調波電流も同一の周波数となる。従つて、1次高調波電流の大きさを計算するためには、 $gn+\delta$ 次と $(1+g')m-\delta$ 次の空間高調波を連立して求めなければならぬことがわかる。

同期トロリングは(2.7)式でオ2行に存在する電圧 $V \exp(j\omega t)$ [またはオm行に存在する電圧 $V^* \exp(-j\omega t)$] によつて生ずる1次高調波電流とオm行に存在する電圧 $V^* \exp(-j\omega t)$ [またはオ2行に存在する電圧 $V \exp(j\omega t)$] によつて生ずる2次高調波電流の間で生ずるものと、オ2行に存在する電圧 $V \exp(j\omega t)$ [またはオm行に存在する電圧 $V^* \exp(-j\omega t)$] によつて生ずる $gn+\delta$ 次 [または $(1+g')m-\delta$ 次] の2次高調波電流が $(1+g')m-\delta$ 次 [または $gn+\delta$ 次] の空間高調波相互インダクタンスを通して1次のオm行に存在する電圧 $V^* \exp(-j\omega t)$ [またはオ2行に存在する電圧 $V \exp(j\omega t)$] による電源周波数の1次電流の間で生ずるものがあり、両者とも同一のすべりで有効トルクを発生する。従つて、ランスル解析法で同期トルクを計算する場合、1次電圧は瞬時値で取り扱わなければいけない。

<2.5> (a), (c) および (d) のケースにおける同期トルク

(a) のケース：空間高調波によつて異なる同期速度を持つ回転同期トロリングと1次2次間の1連の空間高調波の組み合わせによる静止時同期トロリングを生ずる。

(c) のケース：(2.6)式を満足するすべての空間高調波が同時に $S = 1 + 2p/(m(1+g+g'))$ のすべりで発生する同期トルクに寄与する。

(d) のケース：同期トルクは発生せず、非同同期トルクのみとなる。

< 2.6 > 整流行列と数値計算 ⁽⁷⁾ (a) ~ (d) のインピーダンス行列で、(a) のケースは相互インダクタンス行列 $[M_{12}]$ (同列となる空間高調波が互に逆方向の回転方向となるので整流行列は適用できない)。他のケースは相互インダクタンス行列で同行同列となる空間高調波の相互インダクタンスを互に独立していると仮定すれば整流行列を適用することができる。

その一例として (b) のケースでオ2行の電圧に対する整流行列とそれを適用した結果を示す。オm行の電圧による電流はオ2行の電圧による電流の共役で計算されるので実際にはこの例で充分である。

(b) のケースに対する整流行列は次式で与えられる。

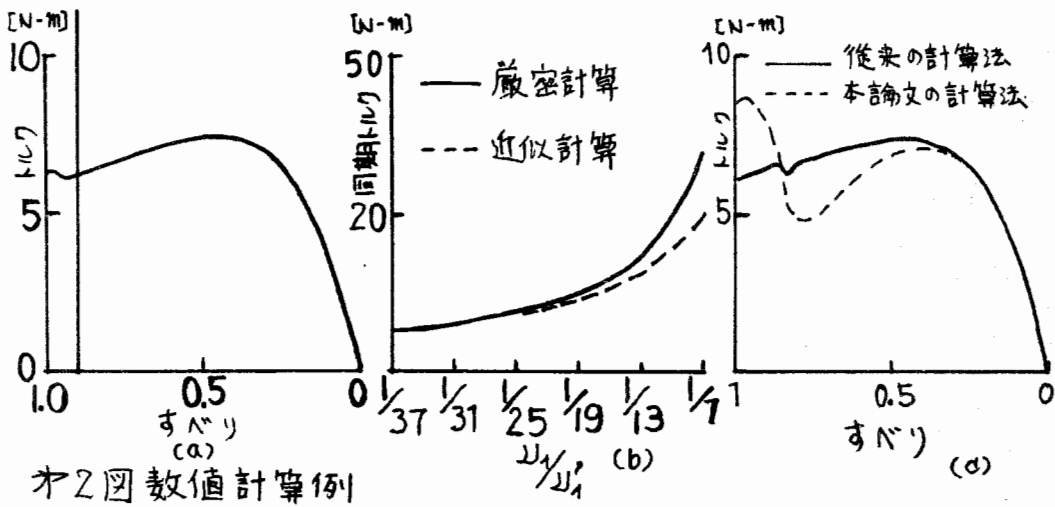
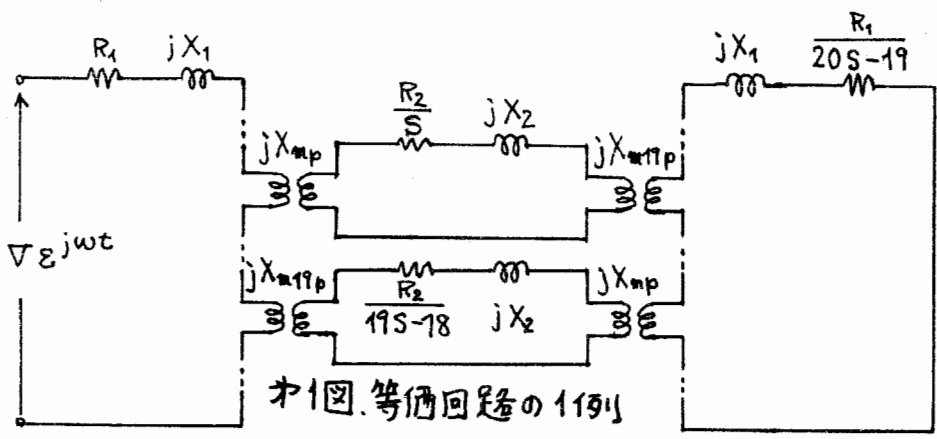
$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \varepsilon^{j(1+g+g')\frac{n\theta}{p}} & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \varepsilon^{j(gn+r)\frac{\theta}{p}} & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & \varepsilon^{j(1+g'n-r)\frac{\theta}{p}} \\ & & & & & \cdot \\ & & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad \dots (2.10)$$

$$[Z]'' = [K] \cdot [Z]' \cdot [K]^*$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_1 \right\} & & & & & \\ & R_1 + \sum_g \sum_{g'} \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g+g')\frac{n}{p} \omega_m \right\} \left\{ \frac{m}{2} \sum_{\mu_1} L_{\mu_1} + l_1 \right\} & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum_g \left\{ \frac{d}{dt} - j(gn+r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} M_{gn+r} & & \sum_g \left\{ \frac{d}{dt} - j(gn+r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_{g'} M_{1+g'n-r} & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum_{g'} \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g'n-r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} M_{1+g'n-r} & & \sum_{g'} \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g'n-r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_g M_{gn+r} & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_g M_{gn+r} & & \frac{d}{dt} \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_{g'} M_{1+g'n-r} & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \sum_g \sum_{g'} \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g+g')\frac{n}{p} \omega_m \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} M_{1+g'n-r} & \cdot & \sum_g \sum_{g'} \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g+g')\frac{n}{p} \omega_m \right\} \frac{\sqrt{mn}}{2} M_{gn+r} & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_2 + \sum_g \left\{ \frac{d}{dt} - j(gn+r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \left\{ \frac{n}{2} L_{gn+r} + l_2 \right\} & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & R_2 + \sum_{g'} \sum_g \left\{ \frac{d}{dt} - j(1+g'n-r)\frac{\omega_m}{p} \right\} \left\{ \frac{n}{2} L_{gn+r} + l_2 \right\} & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad \dots (2.11)$$

(2.11) 式は (b) のケースのインピーダンス行列を (2.10) 式で変

換したものである。但し、(2.11)式で g および g' は(2.6)式を満足する値をとるものとする。(2.11)式で、 $g = g' = 0$ 、 $r = p$ 、 $m - r = 19p$ のときの等価回路をオ1図に示す。



オ2図に数値計算例を示す。オ2図(a)は $V = 200$ [V]、 $2p = 4$ 、 $\omega_1/\omega_1' = 1/19$ 、 $R_1 = R_2 = 5$ [Ω]、 $X_1 = X_2 = 100$ [Ω]、 $X_{mp} = 95$ 、 $X_{m19p} = 95/19 \times 19$ [Ω]として計算したもの、(b)は各種の ω_1/ω_1' の値に対して同期トルク(最大値から最小値まで)を、 ω_1 と ω_1' を連立して計算した厳密値と ω_1 と ω_1' をそれぞれ独立として計算した近似値が示してある。($X_{mp}\omega_1' = 95/\omega_1' \times \omega_1'$ として計算している。) オ2図(c)にオ7次高調波の非同期トルクを、2次回路が高調波に対しても基本波と同じインピーダンスを持つとして計算した値(従来の計算法)と2次回路が高調波に対して異なるインピーダンスを持つとする本論文の計算法による計算値が示してある。(本論文の方法では、 $X_2 = (95/7 \times 7) + 5$ [Ω]とし計算している。)

オ2回(a)の計算では、 ω による同期トルク差は ω によるものより大きく、 $\omega_2 \times 100 / \omega_1 = 3.35$ (1%)程度であった。オ2回(b)から、同期トルクは $\omega_1 = 19$ または 25 以上では近似計算で十分な精度が得られることがわかる。オ2回(c)から、非同期ローリ-リ-リは従来の理論では相よな誤差を招くと思われる。

3. 結言

本研究でこの形誘導電動機の空間高調波にランリル解析法を適用した結果以下のことがわかった。

(1) 従来、磁界や磁束密度等で理論を展開していたものがランリル解析法で定量的に取り扱うことができる。

(2) 従来、空間高調波を各々独立として取り扱うとある仮定は特定の場合のみ妥当であつて、一般的には不適當である。

(3) 空間高調波を考慮したこの形誘導電動機の基本式は4個のケースに分類される。

以上は空間高調波による異状現象の中で異状トルクについての研究の結果であり、空間高調波による異状トルク算定の精度向上が得られたことがわかる。読者の問題については稿を改めたい。

本研究を指導して頂いた、藤田伊ハ郎博士および本学教授山村龍男博士に厚くお礼を申し上げます。

文献

- (1) 又川忠吉 : 芝浦レヴュー 13巻 237 N-ジ 1934
 (2) 藤田伊ハ郎 : 東芝レヴュー 9巻 857 N-ジ 1954
 (3) 石山崎章 : 電学誌 74巻 705 N-ジ 1955
 (4) P.L. Alger : The Nature of Induction Machines
 325 N-ジ 1965
 (5) 尾本, 他 : 電学誌 70巻 385 N-ジ 1950
 (6) たとえば, Puchstein : Alternating Current Machines 302 N-ジ
 (7) 整流行列については竹内 : Matrix Theory of Electrical Machinery 33 N-ジ

原稿受付 昭和48年5月29日