





であり、 $\mu$ は複素透磁率であるから、

$$\mu = |\mu| e^{-j\rho} \quad (5b)$$

と表せる。この複素透磁率を表すため線形化Chua型モデルを適用する。いま、可逆透磁率を $\mu_r$ 、ヒステリシス係数を $c$ とすれば、磁界 $H$ と磁束密度 $B$ の関係はChua型モデルによって、次式のように表される[4]。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{c} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (6a)$$

(6a)式で、 $\mu, \mu_r, c$ は一定値で、 $H, B$ は時間に対して正弦波状に変化するので複素記号法  $d/dt = j\omega$  を適用し、変形すると、

$$\begin{aligned} \mu &= B/H \\ &= \frac{\mu}{c^2 + (s\omega\mu)^2} (c^2 + (s\omega)^2 \mu \mu_r - js\omega(\mu - \mu_r)c) \end{aligned} \quad (6b)$$

この式を(5b)式の形に変形すれば、

$$|\mu| = \frac{\sqrt{c^2 + (s\omega\mu_r)^2}}{\sqrt{c^2 + (s\omega\mu)^2}}, \quad \rho = \tan^{-1} \frac{s\omega(\mu - \mu_r)c}{c^2 + (s\omega)^2 \mu \mu_r} \quad (6c)$$

となる。これが本稿で用いる複素透磁率である。

## 2.2.b システム方程式

上記の複素透磁率を用いて回転子中のシステム方程式を導出するためにいくつかの仮定をおく。

(1) 回転子円盤の外周と内周における終端効果は無視し、半径方向のみの電流成分を考慮する。

ここで固定子は対称 $m$ 相巻線を有し、第 $k$ 相の導体の周辺密度の分布 $Z(k)$ は正弦波状であるとすれば、

$$Z(k) = Z \cos(\pi x'/\tau - (k-1)2\pi/m) \quad (7a)$$

$Z$ は導体密度最大値を表し、半径方向の平均値を考慮すると、 $K_w$ :巻線係数、 $W$ :一相全巻数として、

$$Z = (K_w 2W/2p)(2/\pi) \quad (7b)$$

ここで平衡 $m$ 相の正弦波電流

$$i(k) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - (k-1)2\pi/m + \phi_0) \quad (7c)$$

が流れているとき、固定子合成起磁力 $F$ が、

$$F = (m/2)\sqrt{2}IZ \cos(s\omega t - \pi x'/\tau + \phi_0) \quad (7d)$$

と表せるとする。さらに、

- (2) ギャップは一様とする。
- (3) 回転子から外部への漏れ磁束は無視する。
- (4) 固定子の純抵抗分は運転中不変である。

以上の仮定のもとで、すべり  $s$  において回転子中で次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \dot{\mathbf{H}} &= \dot{\mathbf{i}} \\ \text{rot} \dot{\mathbf{E}} &= -j s \omega \dot{\mathbf{B}} \\ \text{div} \dot{\mathbf{B}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $\dot{\mathbf{B}} = \mu \dot{\mathbf{H}}, \dot{\mathbf{i}} = k \dot{\mathbf{E}}$

(8)式より、磁束密度  $\mathbf{B}$  に関する微分方程式

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{B}} = j s \omega k \mu \dot{\mathbf{B}} \quad (9)$$

がシステム方程式として得られる。ここで、仮定(1)より、 $\dot{\mathbf{B}}$ の半径方向成分は0であるから、 $B_z = 0$ としてよい。さらに、円周方向  $x$  の境界条件が、

$$(\dot{B}_x)_{x=0} = (\dot{B}_x)_{x=2\pi\tau} \quad (10a)$$

と表される。軸方向  $y$  の境界条件は、仮定(3)から、

$$(\dot{B}_y)_{y=0} = 0 \quad (10b)$$

さらに回転子表面の  $\dot{\mathbf{B}}$  の  $y$  成分 (ギャップ磁束密度) が、最大値を  $B_{gm}$  として、

$$(\dot{B}_y)_{y=\tau} = B_{gm} \cos(s\omega t - \pi x/\tau + \phi_1) \quad (10c)$$

すなわち

$$(\dot{B}_y)_{y=\tau} = (B_{gm}/\sqrt{2}) e^{-j(x/\tau - \phi_1)} \quad (10d)$$

と与えられれば、(9)式の解は、 $B_x, B_y$  が  $B_{gm}$  を含むすべり  $s$  の関数として得られる。よって磁界  $\mathbf{H}$  の各成分は、

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_x &= \dot{B}_x/\mu \\ \dot{H}_y &= \dot{B}_y/\mu \\ \dot{H}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10e)$$

さらに、電流密度  $\dot{\mathbf{i}}$  は(8)式、(10e)式および  $\dot{\mathbf{B}}$  の各成分から、

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_x &= \dot{i}_y = 0 \\ \dot{i}_z &= -(\tau/\pi) s \omega k \dot{B}_y \end{aligned} \right\} \quad (10f)$$

### 2.2.c ヒステリシストルク

磁気ヒステリシスにより回転子一枚に発生する力  $F_H$  は、回転子中の  $\mathbf{B}, \mathbf{H}$  の成分を用いて次式で表される。

$$F_H = p \int_0^{R'} \int_0^{t_r} \int_0^{2\tau} \left[ B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] dx dy dz \quad (N) \quad (11a)$$

上式は T e a r e 氏のヒステリシトルクの式（円筒座標表示）に対応する直線力の式である [3]。よって回転子の移動速度を  $v_r$  とすると、ヒステリシス出力  $P_H$  は全体で、

$$P_H = 2F_H v_r = 2F_H \omega (1-s) \tau / \pi \quad (W) \quad (11b)$$

$P_H$  を回転子角速度で割ると、ヒステリシトルク  $T_H$  が得られる。

$$T_H = P_H p / \omega (1-s) \quad (Nm) \quad (11c)$$

### 2.2.d 渦電流トルク

回転子中の微小体積  $dV$  に発生する  $x$  方向の渦電流力  $dF_E$  は、図 3 にフレミングの左手の法則を適用して、

$$dF_E = -B_y \cdot I_z dx dy \cdot dz \quad (12a)$$

となるので、回転子一枚につき渦電流力は、

$$F_E = -p \int_0^{R'} \int_0^{t_r} \int_0^{2\tau} B_y I_z dx dy dz \quad (N) \quad (12b)$$

よって渦電流出力  $P_E$  は全体では、

$$P_E = 2F_E v_r = 2F_E \omega (1-s) \tau / \pi \quad (W) \quad (12c)$$

うず電流トルク  $T_E$  は、 $P_E$  を回転角速度で割って得られる。

$$T_E = P_E p / \omega (1-s) \quad (Nm) \quad (12d)$$

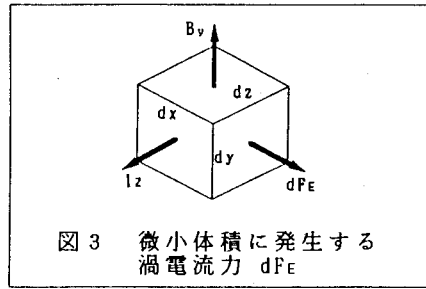


図 3 微小体積に発生する渦電流力  $dF_E$

### 2.3 等価回路

ここではギャップ磁束密度  $B_g$  と固定子電圧  $V$ 、電流  $I$  の関係を求めるために、等価回路を誘導する。図 4 のように、微小幅  $dx$  をもった閉磁路  $C$  をとり、アンペアの周回積分を適用する。 $H_x$  が 2 枚の回転子表面で等しいとすると、

$$F \pi dx / \tau = (H_g + dH_g) g - H_g g + 2(H_x)_{y=t_r} dx \quad (13a)$$

ただし、 $F$  は固定子回転起磁力の周辺密度で、

$$F = (m/2) I Z e^{-j(\tau x / \tau - \phi_0)} \quad (13b)$$

$H_g$  はギャップ磁界を表し、

$$H_g = (B_y)_{y=t_r} / \mu_0 \quad (14)$$

上式の両辺を  $\pi dx / \tau$  で割って整理すると、

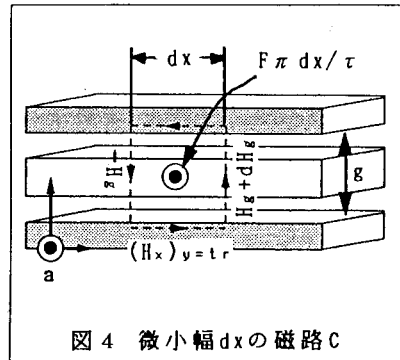


図 4 微小幅  $dx$  の磁路  $C$

$$F = \frac{\tau g}{\pi} \frac{\partial H_g}{\partial x} + \frac{2\tau}{\pi} (H_x)_{y=tr} \quad (15)$$

(15)式において、右辺第1項は、固定子起磁力Fがギャップに、第2項は回転子にかかることを示す。

ここで固定子1相の電流を $i$ 、 $i_g, i_r$ をそれぞれギャップおよび回転子に起磁力を供給する固定子電流成分とすれば、

$$i = i_g + i_r \quad (16)$$

固定子巻線の第k相に誘導される起電力Eは、

$$E = - \int_0^{2\pi\tau} (B_y)_{y=tr} R' \omega Z(k) dx' \quad (17a)$$

ただし、 $(B_y)_{y=tr}$ は固定子側に換算したものを表し、Eの正方向はiの正方向にとつてある。上式を解いて(17b)式を代入すると、

$$E = -\sqrt{2}\pi K_w W f \Phi e^{-j((k-1)2\pi/n - \theta)} \quad (17b)$$

また、1極の磁束Φは

$$\Phi = (2/\pi) B_g n \tau R' \quad (18)$$

この磁束に起因する逆起電力Eに対する印加電圧を $E_1$ とすれば、

$$E_1 = -E \quad (19)$$

この式と、(16)式の $i_g, i_r$ を求めることにより、等価回路の枝路インピーダンスが得られる。 $x_g$ を励磁リアクタンス、 $Z_r$ を回転子の等価インピーダンスとして

$$E_1/i_g = jx_g \quad (20)$$

$$E_1/i_r = Z_r \quad (21)$$

である。固定子の漏れ磁束は仮定(3)において無視しているので、漏れインピーダンスとして固定子抵抗 $r_1$ を(20)、(21)に加えれば等価回路が得られ、図5のように表せる。さらに $Z_r$ と $x_g$ の並列合成インピーダンスを $Z_{rg}$ とすれば固定子電流Iが、

$$I = E_1/Z_{rg} \quad (22)$$

となり、 $Z_{rg}$ と $r_1$ の合成インピーダンス(電動機1相インピーダンス)を $Z_t$ とすれば、固定子への印加電圧Vは、

$$V = IZ_t \quad (23)$$

となる。

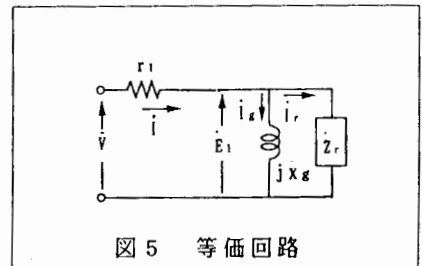


図5 等価回路

### 3. 実験

#### 3.1 供試機

供試機の諸定数は表1の通りである。

表1 試作機の諸定数

固定子				
外径	70	[mm]	一相巻数	120
厚さ	2.5	[mm]	巻線係数	0.80
極数	4		一相抵抗	2.6 [Ω]
線径	0.3	[mm]	一相インダクタンス	0.08 [mH]

回転子				
外径	70	[mm]	透磁率	$1.51 \times 10^{-4}$ [H/m]
厚さ	0.5/0.8	[mm]	可逆透磁率	$2.10 \times 10^{-5}$ [H/m]
慣性モーメント	$1.76 \times 10^{-5} / 2.85 \times 10^{-5}$	[kgm <sup>2</sup> ]	ヒステリシス係数	1.898
材質	商用鉄板		エアギャップ(総合)	4.5 [mm]
形状	無垢円盤			

実験値は速度微分法を用いて求めた。T:トルク、P:出力とすれば、

$$T = J(d\omega_m/dt) + F\omega_m \quad [Nm] \quad (24)$$

$$P = \omega_m T \quad [W] \quad (25)$$

ただし、J:慣性モーメント、 $\omega_m$ :回転子角速度、F $\omega_m$ :摩擦

理論値の計算手順は以下の通りである。

1. 拘束時の $Z_i, Z_{rg}$ を計算する。
2. Iを(23)式より求める。
3.  $E_1$ を(22)式より求める。
4. (17b), (19)式から得られる関係式

$$B_{gm} = \pi E_1 / (\sqrt{2} \omega K_w \tau R') \quad (26)$$

よりギャップ磁束密度の最大値  $B_{gm}$  が得られる。

5. 任意のすべりにおける出力とトルクは(11b), (11c), (12c), (12d)から、および固定子電流は(22)式から得られる。

#### 3.2 実験値と計算値

実験値は、厚さ $t_r$ が0.5, 0.8[mm]の回転子を用い、相電圧2.5[V]、周波数 $f$ が50, 100, 500, 1000 [Hz]の場合について測定した値である。測定は電源投入後十分な時間をおいて熱的に安定した状態から開始した。供試機は回転子円盤が水平になるようセッティングした。回転速度は光学式計測機を用いて測定した。図6 a~dに0.5[mm]、e~hに0.8[mm]の場合の実験値と計算値を示す。

#### 3.3 実験値と計算値の比較および考察

本稿で用いた供試機は固定子の厚さを除外しても片側のエアギャップが1[mm]にも達するため、空気中の透磁率が支配的となっている。そのためトルクは微小で、摩擦等の影響が無視できない。0.5[mm], 50[Hz]の測定以外では同期速度に達





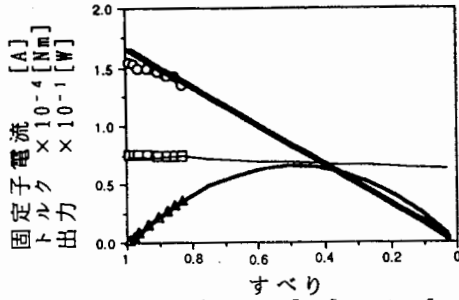


図 6 c ( $t_r=0.5[\text{mm}], f=500[\text{Hz}]$ )

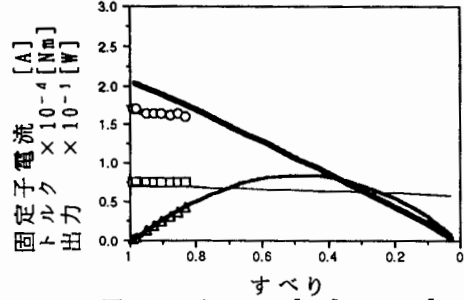


図 6 g ( $t_r=0.8[\text{mm}], f=500[\text{Hz}]$ )

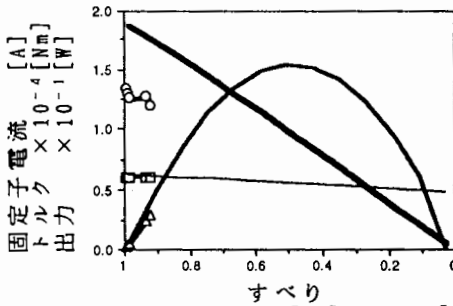


図 6 d ( $t_r=0.5[\text{mm}], f=1000[\text{Hz}]$ )

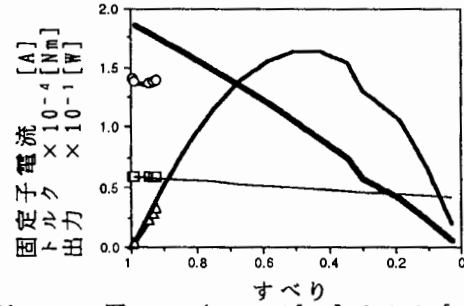
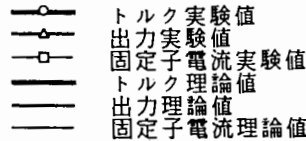


図 6 h ( $t_r=0.8[\text{mm}], f=1000[\text{Hz}]$ )

図 6 計算値と実験値の比較



#### 4. まとめ

以上、フラット誘導電動機の解析にあたり、回転子中のヒステリシスカーブを記述する複素透磁率に、Chua型磁化特性モデルの導入を行なった。計算結果は、高周波において実験値の傾向とほぼ合致し、今回の解析方法が妥当であることを示した。

#### 参考文献

- [1] 石沢整, 早野誠治, 斉藤兆古, "フィルムモータの試作," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-93-169, 1993年
- [2] O. Ishizawa et al, "The Nature of Flat Induction Motor," Proceedings of 2nd Japan-Checo-Slovak Joint Seminar, Jan. 19-21 '94 Kyoto.
- [3] 宮入庄太, 片岡昭雄, "うず電流の影響を考慮したヒステリシス電動機の一解析法," 電気学会雑誌 Vol. 86-6, No. 933, 1966年
- [4] 宮崎淳, 早野誠治, 斉藤兆古, "線形化Chua型磁化特性モデルと複素透磁率について," マグネティックス研究会資料 MAG-90-90, 1990年

原稿受付日

平成6年9月21日