

生体中の電流分布推定法の一考察

An Estimation of Current Distribution in a Human Body.

早乙女英夫 橋田和泰 早野誠治 斉藤兆吉
H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

1. まえがき

生体の異常診断を行う場合、大別して、生体内の媒質分布を調べ、媒質の異常部位・形状等を求め診断する方法と、生体内の神経活動を調べ、神経活動の異常から損傷部位を特定化し診断する方法がある。前者を非侵襲的に行う方法として古典的にはX線によるレントゲン撮影や近代的なX線CTやMRIなどがある。これらは、本質的に生体内の写真であるため、損傷部位形状が特定化される反面、外部から内部へ何等かのエネルギーを注入し、その反応を記録する方法であるため、測定部位方向等に自由度が高く、結果として高精度な診断が可能である。しかし、X線や γ 線などの放射線や高磁場中に対象を曝すため、何等かの形で対象に損傷を与える。このため、放射線の被曝量等の制限があり、MRIも今のところ無害となっているが、血液の配向現象などが指摘され、何等かの形で生体に影響を与えることは避けがたい[1]。後者の生体内神経活動を調べ神経活動の異常から損傷部位を特定化し診断する方法は、生体中の神経活動が電荷移動を伴うため、古典的には心電図や脳波の波形分析によって行われてきたが、複数個の部位から発する電気信号が複雑な媒質を通して測定されるため、外部から何等かのエネルギーの注入が対象に為されない反面、信号測定箇所の特定化と信号判読に極めて高度の習熟した技術が必要とされる。何れにしろ、生体の神経活動から発する電気信号は極めて微弱であり、複雑な媒質を通して得られ、また、他の部位からの電気信号と混在する。さらに、測定が直接接触でなければならないという致命的な欠点を有する。換言すれば、外部からエネルギーを対象に注入しないため、対象に損傷を全く与えないが、得られる結果が高い精度の診断資料を与えがたい欠点がある。しかし、近年超伝導を用いた超高感度磁束計、SQUIDの実用化と普及から、生体内の神経活動に伴う電流に起因する磁界分布測定が可能となり、その医学的診断能力が評価され、実用化が期待されつつある。SQUID磁束計による生体内神経活動の推定の最大の利点は、完全な非接触・非侵襲的に測定が可能であることと、測定結果から三次元的な神経活動、すなわち、電流分布が推定可能であること等にある。しかし、外部から何等かのエネルギーを注入し、その結果から診断を行う方法でないため、磁界の測定

部位が限定され、且つどの様に測定部位を設定すれば高精度の推定結果が得られるかなどの問題と、推定結果がCTやMRI等の様に一意的な結果（完全なフーリエ変換が可能な順問題としての解）が得られない等の問題点がある [2, 3] .

筆者等は、局所的な磁界分布から磁界源となる電流分布パターンを一意的に推定するSampled Pattern Matching（以下、SPMと略す。）法を提案し、SPM法を心磁図に適用し、その結果、従来他の方法では不可能であった、WPW症候群を呈する患者の心磁図からKent束およびJames線維部分の欠損を推定することに成功した [4, 5] . この結果から、磁界分布の測定による生体内の異常診断は、従来の方法では得ることのできない情報を含み、医学的診断方法としての価値を立証しつつある。

本稿では、SPM法の理論的基礎を一般化された因子分析法を用いて説明し、さらに高精度で高速にSPM法を実行するための最適な局所磁界測定部位の決定法を提案する。

2. 局所磁界分布の測定による三次元電流分布推定

2.1 基礎方程式

静磁界系において、磁界Hと電流密度Jの関係を積分形で表すと、Vを電流が流れる領域の体積として、

$$H = \nabla \times \int_V G J dv \quad (1)$$

で与えられる。ここでGは、Green関数で、磁界Hとその源となる電流密度Jとの距離をRとして、

$$G = 1 / (4 \pi |R|) \quad (2)$$

で与えられる。(1)式において、左辺の磁界Hが一部の空間についてのみ与えられた時、右辺の積分の中にある電流密度Jを未知数として求める問題が本稿で扱う静磁界系の "Inverse Source Problem" である。

(1)式を離散化するために、電流が流れる領域を ΔV の体積を持つm個の領域に分割し、磁界測定面をn分割する。 ΔV に分割された各領域での電流密度の値を J_j ($j = 1 \sim m$) とし、磁界測定点iの磁界の強さを H_i ($i = 1 \sim n$) とすると、(1)式は、

$$H_i = \sum_{j=1}^m \frac{J_j \times a_{ij} \Delta V}{4 \pi R_{ij}^2}, \quad i = 1 \sim n \quad (3)$$

と離散化される。ここで a_{ij} はi点とj点との距離 r_{ij} 方向の単位空間ベクトルである。また、一般に磁界の測定点数nに比較して電流の存在を推定する領域の分割数mの方が圧倒的に多く、

$$m \gg n \quad (4)$$

の関係がある。(3)式が静磁界系"Inverse Source Problem"のシステム方程式である。

2.2 SPM法

(3)式で、電流密度 J_j と同じ向きの単位空間ベクトルを n_j とすると、

$$H_i = \sum_{j=1}^m |J_j \Delta V| \frac{n_j \times a_{ij}}{4\pi R_{ij}^2}, \quad i = 1 \sim n \quad (5)$$

が成り立つ。ここで、 $J_j \Delta V$ は電流双極子ベクトルであり、その大きさを α_j とする。磁界 H_i ($i = 1 \sim n$) を n 行の列ベクトル U として表せば、

$$U = [H_1, H_2, \dots, H_n]^T \quad (6)$$

となり、

$$U = \sum_{j=1}^m \alpha_j d_j \quad (7)$$

で与えられる。ただし、磁界とその源となる電流双極子間の空間的な距離と角度のみに関係する n 行の列ベクトルを

$$d_j = \{1/(4\pi)\} [n_j \times a_{1j}/R_{1j}^2, n_j \times a_{2j}/R_{2j}^2, \dots, n_j \times a_{nj}/R_{nj}^2]^T \quad (8)$$

とした。

(7)式において、磁界パターンベクトル U を構成する最初の最も支配的な電流双極子の位置は、Cauchy-Schwarzの関係式により求まり、

$$\gamma_j = U^T \cdot d_j / (\|U\| \cdot \|d_j\|), \quad j = 1 \sim m \quad (9)$$

の最大値をとる j 点である。

第2番目の電流双極子の位置は、 k 点を最初の電流双極子の位置とすると、

$$\gamma_j = U^T \cdot (d_k + d_j) / (\|U\| \cdot \|d_k + d_j\|), \quad j = 1 \sim m, \quad j \neq k \quad (10)$$

の最大値をとる j 点である。以後、パターン的一致指数 γ が大きくなる限り、(10)式と同様に新しい列ベクトル d_j を追加し、 γ が最大となった時点で計算を終了する。(4)式の条件があるため α_j の個々の値を求めることはできないが、このアルゴリズムにより電流双極子の一意的な分布パターンを求めることができる [6, 7]。

(7)式の様な方程式を解く問題に、因子分析法が適用される。通常の因

因子分析法は、(4)式の条件と反対、すなわち $m < n$ であるため、因子ベクトル d_j は、適当な操作によって直交化することができ、直交基底ベクトル展開により因子評点 α_j を求めることができる [8]。しかしながら、(4)式の条件があるときこの手法は適用できず、また、主成分分析を行ったとしてもSPM法の最初の電流双極子を求めただけにすぎない。これは、N、Sの2磁極から成る磁界パターンを与える電流双極子を求めたことに対応する。一方、SPM法では、(9)式で最大値 γ_k をとるベクトル d_k をパイロットベクトルとして第2の電流双極子を求めるプロセスを行うので、N-S極が2対存在する磁界パターンに対する因子分析を行ったことになる。以後同様のプロセスを続けることから、SPM法は、複数の電流双極子を前提として測定される磁界分布の因子分析を行う、一般化された因子分析法と解釈することができる。

2.3 局所直交座標系

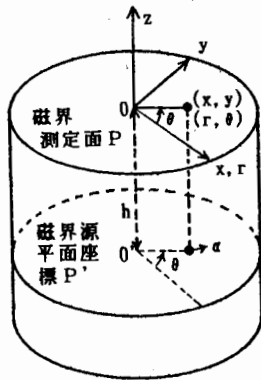
ある平面で、その平面の法線方向の磁界分布が与えられた時、推定される電流は測定面に平行な面上の成分しか求められないため、得られる結果が電流の連続性、すなわち、

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (11)$$

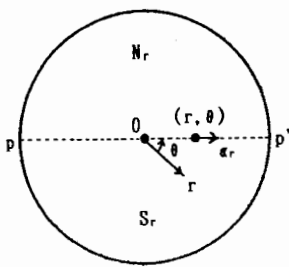
が必ずしも満足できないことを前提として議論を進める。

さて、図1(a)の $x-y$ 平面でこの面に垂直な z 方向成分の磁界が測定された時、測定面 P と磁界源の存在する面 P' に共通な局所直交座標系を考えたい。磁界源となる電流が存在する面 P' では、任意の直交座標系が考えられる。ある任意の直交する各成分の電流がそれぞれ測定面に与える磁界を考え、これら磁界間の直交性を吟味する。この場合、各電流成分間の内積が零である時、その各電流成分の作る磁界パターン間の内積が零となれば、磁界系と電流系で共通の局所直交座標系が設定できたことになる。

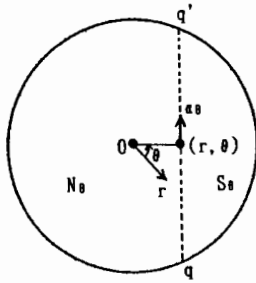
図1(a)に示した磁界源平面座標 P' 上の電流双極子ベクトル α が磁界測定面 P に与える磁界パターンを、図1(b)および(c)に示す如く、電流双極子ベクトル α の r および θ 方向成分 α_r, α_θ に起因するパターン (N_r, S_r) および (N_θ, S_θ) に分解する。ここで、測定面 P で測定された磁界成分はすべて z 軸に平行であり、測定面から外側へ出るいわゆるN極成分 (N_r, N_θ) と、内側へ入るS極成分 (S_r, S_θ) に分離でき、これらは線分 $p-p'$ および $q-q'$ に対して線対称のパターンとなる。ここで、 α_r および α_θ に起因するパターン (N_r, S_r) および (N_θ, S_θ) 間の内積、すなわち同一測定点における α_r および α_θ による磁界の積の測定面全体に渡っての積分を求めると零になる。これは、図1(d)に示した領域A、B、CおよびDにおいて、各領域の内積を求めると、AとBおよびCとDの領域の内積がそれぞれ大きさが等しくそして逆符号となるためである。一方、電流双極子ベク



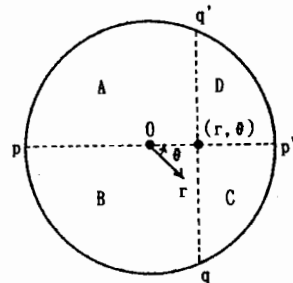
(a)円筒座標系



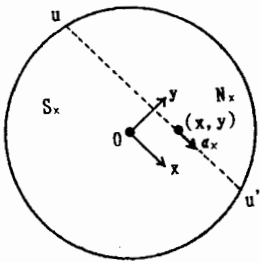
(b) α_r による磁界 h° ターン



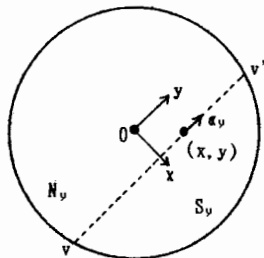
(c) α_θ による磁界 h° ターン



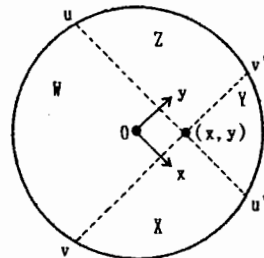
(d) α_r と α_θ による磁界 h° ターン間の内積の分布



(e) α_x による磁界 h° ターン



(f) α_y による磁界 h° ターン



(g) α_x と α_y による磁界 h° ターン間の内積の分布

図1. 磁界源と磁界の各成分間で成立する直角座標系

トル α による磁界パターンを、図1 (e) および (f) に示す如く、電流双極子ベクトル α の x および y 方向成分 α_x, α_y に起因するパターン(N_x, S_x) および (N_y, S_y) に分解すると、これらのパターン間の測定面 P に渡っての内積は、図1 (g) に示した領域 W, X, Y および Z において、 W と X および Y と Z の領域での内積の和が零にならず、これらのパターン間の直交性

は成立しない。

(7)式は、円筒座標系では、

$$U = \sum_{j=1}^m \alpha_{rj} d_{rj} + \sum_{j=1}^m \alpha_{\theta j} d_{\theta j} \quad (12)$$

と書き直され、右辺の第1項のr方向および第2項のθ方向に対して、それぞれ単独に、Cauchy-Schwarzの関係式によりパターンマッチングが実行される。これは、r方向の任意の基底ベクトルがすべてのθ方向の基底ベクトルと直交することから、

$$\begin{aligned} U'^T \cdot d_{rh}' &= \sum_{j=1}^m \alpha_{rj}' d_{rj}'^T d_{rh}' \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \alpha_{\theta j}' d_{\theta j}'^T d_{rh}' \\ &= \sum_{j=1}^m \alpha_{rj}' d_{rj}'^T d_{rh}' \\ &\equiv \alpha_{rh}' \end{aligned} \quad (13)$$

によりr方向のパターンマッチング指数が計算されるためである。ただし、'はベクトルのノルムにより正規化を行った量であることを示し、j≠hのとき、

$$|d_{rj}'^T d_{rh}'| < 1 \quad (14)$$

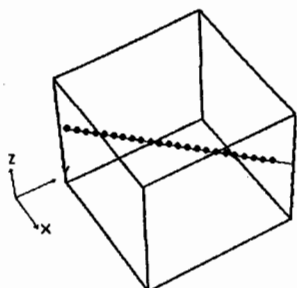
となる関係を用いた。また、θ方向の任意の基底ベクトルもすべてのr方向の基底ベクトルと直交することから、θ方向のパターンマッチング指数の計算においても同様となる。

以上のことから、図1(a)に示した円筒座標系を用いることでSPM法のパターンマッチング演算(Cauchy-Schwarzの関係式)をrおよびθ方向それぞれ独立に行うことができ、従来、解ベクトルのx-y平面上の角度を求めるために行っていた角度方向の離散化による分割個数mの増加が無くなり、SPM演算を高速に行うことができる。

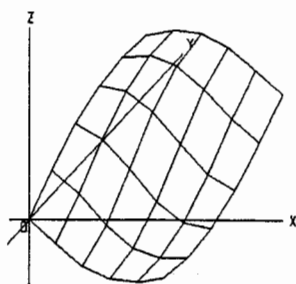
2.4 例題

まず最初に、電流分布が予め分かっている2つの例題について、システム方程式の条件、すなわち電流の存在を推定する領域の分割個数mを変えた場合の円筒座標系において得られたSPM解パターンの一意性について吟味する。

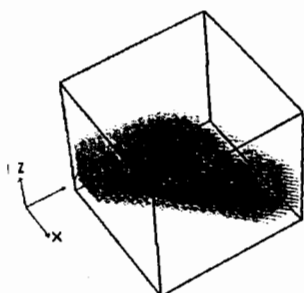
図2(a)は、立方体中にx-y平面に平行な直線電流が流れているケースであり、この立方体上面を測定面として得られる、この直線電流による磁



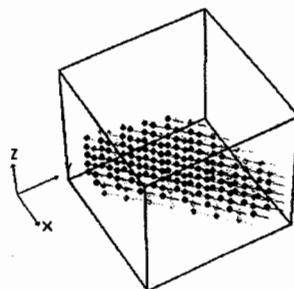
(a) 正解の電流分布



(b) 磁界分布(法線方向成分)

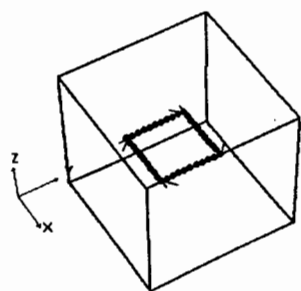


(c) SPM解(m=13225)

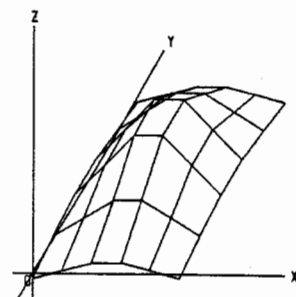


(d) SPM解(m=891)

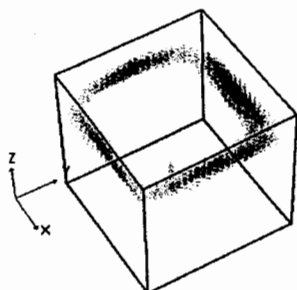
図2. 例題電流1 (直線電流)



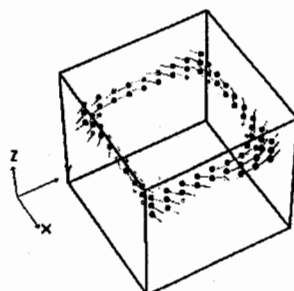
(a) 正解の電流分布



(b) 磁界分布(法線方向成分)



(c) SPM解(m=13225)



(d) SPM解(m=891)

図3. 例題電流2 (ループ電流)

界の測定面に対する法線方向成分の分布を図2 (b) に示す。図2 (c) および (d) は、分割個数 m をそれぞれ13225および891とした時に得られた $\gamma \geq 0.9$ における電流分布である。また、図3は、図3 (a) に示したループ電流において、図2と同様の解パターンを求めたものである。図3 (b) は図3 (a) の電流による磁界パターンを、また図3 (c) および (d) は $m = 13225$ および 891 として $\gamma \geq 0.7$ となる部分の電流分布を示したものである。これらより、SPM法によって得られる解パターンは電流の存在を推定する領域の分割個数 m によらずに一意的となることが検証された。

次に、正常人およびWolf-Parkinson-White症候群を呈する患者よりSQUID磁束計を用いて得られた心磁図から、これらの心臓内の電流分布推定をSPM法により行う [9]。ここで、磁界の測定点数 n は1 cm間隔で $6 \times 6 = 36$ 点とした。

図4 (a)~(c)に正常人の心磁図からSPM法によって心臓内の電流分布推定を行った結果を示すもので、 $\gamma \geq 0.9$ の分布を示すものである。図4 (a), (b) および (c) は、QRS波が16ms, 40ms および 55ms に対応している。図4 (a) は洞結節から出た電流が房室結節に向かおうとしている状況に対応し、(b) は房室結節に集電された電流分布に対応する。さらに、図4 (c) は電流が主に左脚に流れ込んだ状況に対応する。

心房と心室との間に房室結節以外の伝導路があると、ときどき不整脈が発生することがあり、このような症例はWPW (Wolf Parkinson White) 症候群と呼ばれる。図5 (a)~(c)はこのWPW症候群を呈する2人の患者の心磁図からSPM法によって $\gamma \geq 0.9$ とした時の心臓内の電流分布推定を行った結果を示すもので、(a) および (b) は同一患者のQRS波が30ms および 80ms のものであり、(c) は別患者の30msにおける電流分布である。図4 (a)~(c)の正常人の電流分布とは全く異なる経路に電流刺激が伝達されている様子がわかり、患者AおよびBはそれぞれKent束およびJames線維に疾患があることがわかる。

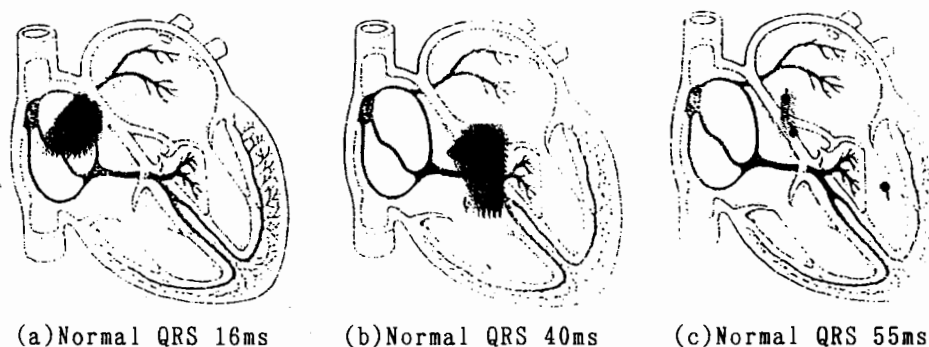


図4. 正常人の心臓内電流分布

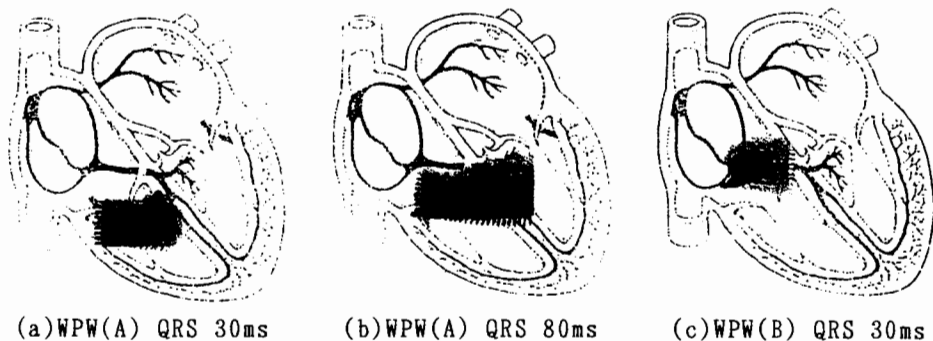


図5. WPW患者の心臓内電流分布

3. まとめ

本稿では、筆者等が従来から提唱しているSampled Pattern Matching法を、因子ベクトルが非直交系である、一般化された因子分析法と位置づけられることを明かにした。

また、磁界測定面座標で磁界パターン成分間の直交性が成立する磁界源座標を導出し、この座標系によるSPM解の一意性について検証を行った。この直交座標系を用いることで、従来必要であった解ベクトルを求めるための角度方向の分割が無くなり、SPM法の高速度演算が可能となった。

さらに、この高速SPMアルゴリズムをヒトの心臓内電流分布推定問題へ適用し、正常人とWPW症候群患者との比較を行い、SPM法により心臓疾患部位の特定化が可能であることを明かにした。尚、本稿では心磁図データとして、 $x-y$ 直交座標上の格子状測定点で得られたものを用いて円筒座標系にて演算を行ったが、SQUID磁束計の各チャンネル（センサ）が同心円状に配置されていれば、円筒座標系で演算を行うことにより、よりSPM解の分解能を向上させることができる。

文 献

- [1] 上野照剛, 「磁気の生体効果」, 日本応用磁気学会誌, Vol.15, No.4, 1991, pp.745-749.
- [2] 岩井喜典, 他, 編著, 「医用画像診断装置 —CT, MRIを中心として—」, コロナ社, 1991年7月20日初版第2刷.
- [3] G. Anger, "Inverse Problems in Differential Equations," Plenum Press, New York and London, 1990.
- [4] 早乙女英夫, 他, 「生体磁場における逆問題」, 電気学会論文誌A分冊平成4年4月号掲載予定.
- [5] 早乙女英夫, 他, 「静的電磁界系における逆問題」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-92-71, 1992年2月.
- [6] 早乙女英夫, 他, 「生体中の電流分布推定 —理論的基礎—」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-91-219, 1991年10月.
- [7] 橘田和泰, 他, 「生体中の電流分布推定 —心臓の電流分布—」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-91-220, 1991年10月.
- [8] 日野幹雄, 「スペクトル解析」, 朝倉書店, 1991年5月初版第19刷.
- [9] K.Watanabe et al., "Analysis of Activation Sequence by Isomagnetic and Vector Arrow Maps," Biomagnetism '87, Tokyo Denki University Press, Japan, 1988.

原稿受付日	平成4年2月12日
-------	-----------