

静磁界系逆問題における一解法とその高速化

正員 早乙女 英 夫 (千葉大)

正員 早野 誠 治 (法政大)

正員 齋藤 兆 古 (法政大)

A Method for Inverse Problem Analysis in the Magnetostatic Field and its Faster Algorithm

Hideo Saotome, Member (Chiba University), Seiji Hayano, Member, Yoshifuru Saito, Member (Hosei University)

Solving the inverse problem of obtaining field sources can be classified into following two methods. The first method consists of obtaining unique solution by imposing a certain constraint on the governing equation of the inverse problem. This is because an infinite number of possible solutions can satisfy the governing equation. In other words, the same local field can be generated by different field source distributions. The second method carries out examination of all the possible solutions, and their weight evaluation. The sampled pattern matching (SPM) method belongs to this method, while the minimum-norm method represents the former method. In this paper, comparison between the SPM and minimum-norm methods is carried out. As a result, it is clarified that the SPM method is superior to the minimum-norm method when the field source is distributed in the direction normal to a field measurement surface. Finally, a faster SPM method is proposed in order to realize a real-time analysis of the inverse problem. The validity of the faster SPM method is verified by experiments.

キーワード：逆問題，電流分布推定，電流双極子，最小ノルム法

1. まえがき

逆問題は、同定問題、最適化問題、計算機による自動設計、非破壊検査および医療診断などと深くかかわり合いをもち、逆問題解析技術の確立が近未来に要求される技術、ビジネスおよびマーケットの開発に大きく貢献するものと期待されている。例えば、電気機器の設計をする場合、従来は過去の設計・実績データあるいは有限要素法・境界要素法などの順問題解析によって得られたデータを反復的に使用し、目標とする仕様を満足する設計値を得ようとする手法が多くなされてきたが、これを逆問題的アプローチによって直接的に行うことも考えられる。一方、逆問題は局所的もしくは部分的に与えられた情報（電磁界フィールド、機器の設計仕様など）からそれをもたらす源（電磁界源、設計値など）を探る問題であり、順問題と異なり、多くの場合一意的な解を得ることは期待できない。これは、同じ部分的情報を与える可能性のある原因は無数に存在するためである。従って、逆問題の解法としては、これら無数の可能性の中からある拘束条件を満足する解のみを抽出する手法か、もしくはただ一つの解を求めることにはこだ

わらず、解として可能性のあるものすべてについて吟味し、それらに何らかの重み付けをしていく方法が考えられる。

著者らは、逆問題解析手段として、後者の方法にあたる Sampled Pattern Matching 法 (SPM 法と略記) を提唱し、本手法の有効性を吟味するとともに、これを眼磁図 (MOG; Magneto-oculogram)、心磁図 (MCG; Magnetocardiogram) および脳磁図 (MEG; Magnetoencephalogram) 解析などの生体磁気応用⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾、更に産業応用として金属材料の非破壊検査 (NDT; Nondestructive Testing)⁽⁷⁾へ適用し、その有用性を示した。

本論文では、まず最初に、静磁界系逆問題の支配方程式である磁界分布関数と、測定磁界分布関数との積の測定面にわたる積分により空間電流分布パターンが求められ、このアルゴリズムを空間離散値系で行う方法が SPM 法であることを示す。次に、支配方程式に拘束条件を課す手法として代表的な最小ノルム法⁽⁸⁾と SPM 法との比較数値実験を行い、その結果として得られたそれぞれの解の特徴について述べる。電界系のフィールド源は電荷あるいはその空間密度などのスカラー量であるのに対し、磁界源となる電流

双極子は空間ベクトルであり、同じ点にある電流双極子であってもその向きによって異なる磁界空間分布を与える。従って、電流双極子の同定のためにはこのベクトルの角度方向の離散化が必要となる。そこで最後に、この離散化に伴う未知数の増加およびその結果として生ずる計算時間の増大を避けるために開発した高速 SPM 法⁽⁶⁾について触れ、本手法の実験的検証を行う。

2. 磁界重畳積分による磁界源推定

均一媒質の開領域問題では、電流密度 \mathbf{J} によって生ずる磁界 \mathbf{H} は、両者間の距離を s として、

$$\mathbf{H} = \nabla \times \int_V \frac{\mathbf{J}}{4\pi s} dv \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 V : 電流存在領域の体積
なる体積積分によって与えられ、これが静磁界系逆問題の支配方程式となる⁽³⁾。ここで、電流密度 \mathbf{J} と微小体積 dv との積 $\mathbf{J}dv$ は、電流とその経路との積、すなわち磁界源となる電流双極子ベクトルであり、これを未知変数と考えることができる。(1)式の体積積分領域 V は、基本的に、 \mathbf{H} をもたらし磁界源が存在する全領域とする必要がある。また、このような磁界源を求める逆問題では、磁界の測定は磁界源の存在しない領域でしかも局所的に行われるので、 \mathbf{H} と \mathbf{J} が同一点にある場合の $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ の関係式は直接適用できない。

図1に示すごとくある立体体積 V 中に電流が存在し、これによる磁界がこの立体を囲む面の一部(上部面)で測定されるものとする。また、磁界測定は測定面 (X, Y) に対して垂直な z 成分 H_z のみについて行われるものとする。この場合には、(1)式の変換演算により電流密度の z 方向成分は H_z に影響を与えず、求める電流双極子は図1の $x-y$ 平面に平行な成分のみとなる。そこで、この電流双極子ベクトルは $x-y-z$ 座標上の位置と $x-y$ 平面上の角度 ψ によって表される。また、この場合には、 z 方向電流に対してのみ磁界源推定領域 V の外部への出入りはあってもよい。

測定磁界を $H_{mz} = H_{mz}(X, Y)$ とし、また、座標 (x, y, z) に角度 ψ の方向をもった電流双極子ベクトル $\mathbf{J}(x, y, z)dv$ が測定面に与える磁界を $H_z = H_z(X, Y, x, y, z, \psi)$

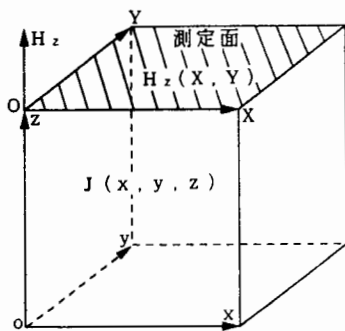


図1 解析モデル
Fig. 1. Model for analysis.

とする。ただし、 $H_z(X, Y, x, y, z, \psi)$ は(1)式によって計算される。次に、これらの磁界パターンが一致したときに大きさが1となる評価関数

$$\gamma_1(x, y, z, \psi) = \frac{1}{\|H_{mz}\| \|H_z\|} \iint H_{mz} H_z dXdY \quad \dots\dots\dots (2)$$

を考える。ここで、 $\|\cdot\|$ はノルムを表し、

$$\|H_{mz}\| = \left(\iint H_{mz}^2 dXdY \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (3a)$$

$$\|H_z\| = \left(\iint H_z^2 dXdY \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (3b)$$

である。(2)式は測定磁界パターンと評価磁界パターンとの積の測定面にわたる積分であり、 H_z の H_{mz} に対する応答、すなわち推定磁界源のスペクトルを示す⁽³⁾。言い換えれば、この演算は測定磁界 H_{mz} を基底関数 H_z に分解して考え、その重みを求めていることに帰着する。ただし、この基底関数間での直交性は一般に保証されないことがわかっている⁽³⁾。次に、(2)式で最大値をとる H_z を H_{z1} として、これに重みを置いた

$$\gamma_2(x, y, z, \psi) = \frac{1}{\|H_{mz}\| \|H_{z1} + H_z\|} \times \iint H_{mz} (H_{z1} + H_z) dXdY \quad \dots\dots\dots (4)$$

を求め、同様の演算を $\gamma_{i-1} < \gamma_i$ の条件が成立する限り行う。その結果、最終的に h 回の演算を行ったとすると、各回で最大値を取った磁界パターンに重み付けをして得られた磁界源スペクトル

$$\gamma(x, y, z, \psi) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \gamma_i(x, y, z, \psi) \quad \dots\dots\dots (5)$$

を得る。

3. SPM 法と最小ノルム法の比較

<3・1> 支配方程式の離散化 (1)式の積分領域 V を m 個の微小体積 ΔV に分割し、 ΔV 中での電流密度を一定として、静磁界系逆問題のシステム方程式を得ることを考える。測定点 i における磁界の z 方向成分は、求めようとする電流双極子ベクトルの $x-y$ 平面上の角度分解能を $360/m'$ 度とすると、

$$H_{zi} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{m'} \frac{\mathbf{J}_{jk} \times \mathbf{a}_{ij} \Delta V}{4\pi s_{ij}^2} \cdot \mathbf{e}_z \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 s_{ij} : 測定点 i と j 番目の微小体積との距離、 \mathbf{a}_{ij} : s_{ij} 方向の単位ベクトル、 \mathbf{J}_{jk} : j 番目の微小体積における角度 $(360/m')k$ 度方向の電流密度ベクトル、 \mathbf{e}_z : z 方向単位ベクトル
のようになる⁽³⁾。一方、磁界測定点が n 個あるとすると、測定磁界パターンベクトル

$$\mathbf{u} = [H_{mz1} \ H_{mz2} \ \dots \ H_{mzn}]^T \quad \dots\dots\dots (7)$$

を得る。電流双極子ベクトル $\mathbf{J}_{jk} \Delta V$ の大きさを

$$\alpha_{jk} = |\mathbf{J}_{jk} \Delta V| \quad \dots\dots\dots (8)$$

とし、

$$\mathbf{d}_{jk} = \{1/(4\pi)\} [(\mathbf{b}_{jk} \times \mathbf{a}_{1j}) \cdot \mathbf{e}_z / s_{1j}^2 \ (\mathbf{b}_{jk} \times \mathbf{a}_{2j}) \cdot \mathbf{e}_z / s_{2j}^2 \ \dots \ (\mathbf{b}_{jk} \times \mathbf{a}_{nj}) \cdot \mathbf{e}_z / s_{nj}^2]^T \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 \mathbf{b}_{jk} : \mathbf{J}_{jk} 方向の単位ベクトル

なる n 次列ベクトルを定義すると、(6)式は、

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{m'} \alpha_{jk} \mathbf{d}_{jk} \dots \dots \dots (10)$$

と書ける。 \mathbf{d}_{jk} は空間の離散化によって決まるので、(10)式は、 α_{jk} ($j=1 \sim m, k=1 \sim m'$) を未知数とする連立方程式である。そこで、 α_{jk} を要素とする $m \times m'$ 次の列ベクトル

$$\mathbf{f} = [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \dots \ \alpha_{1m'} \ \alpha_{21} \ \alpha_{22} \ \dots \ \alpha_{2m'} \ \dots \ \alpha_{m1} \ \alpha_{m2} \ \dots \ \alpha_{mm'}]^T \dots \dots \dots (11)$$

および \mathbf{d}_{jk} ($j=1 \sim m, k=1 \sim m'$) を要素とする n 行 $m \times m'$ 列のシステム行列

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}_{11} \ \mathbf{d}_{12} \ \dots \ \mathbf{d}_{1m'} \ \mathbf{d}_{21} \ \mathbf{d}_{22} \ \dots \ \mathbf{d}_{2m'} \ \dots \ \mathbf{d}_{m1} \ \mathbf{d}_{m2} \ \dots \ \mathbf{d}_{mm'}] \dots \dots \dots (12)$$

を用いると、(10)式は

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}\mathbf{f} \dots \dots \dots (13)$$

となり、静磁界系逆問題のシステム方程式を得る。ここで、未知数の数 $m \times m'$ は一般に式の数 n に対して圧倒的に多く、

$$n < m \times m' \dots \dots \dots (14)$$

の関係がある。

〈3・2〉 SPM 法 (9)式の \mathbf{d}_{jk} は j 番目の微小体積にある角度 $\phi_k = (360/m')k$ 度をもった単位電流双極子ベクトルが測定面に与える磁界パターンを示しており、(2)式および(4)式の演算は、それぞれ離散値系では

$$\gamma_{1jk} = \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{d}_{jk} / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_{jk}\|) \quad (j=1 \sim m, k=1 \sim m') \dots \dots \dots (15)$$

および

$$\gamma_{2jk} = \mathbf{u}^T \cdot (\mathbf{d}_{j'k'} + \mathbf{d}_{jk}) / (\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{d}_{j'k'} + \mathbf{d}_{jk}\|) \quad (j=1 \sim m, k=1 \sim m', \text{ 除く } j=j' \text{ かつ } k=k') \dots \dots \dots (16)$$

ただし、 $\gamma_{1j'k'}$: (15)式の最大値

となる。また、離散値系のノルム $\|\cdot\|$ はベクトルの各要素の RMS (Root Mean Square) 値をとったものであり、(3)式に対応している。実際の SPM 法では、 $\gamma_{1jk}, \gamma_{2jk}, \dots$ で最大値をとったものを 1 とし続ける非線形重み付け演算を加えており⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁷⁾、最終的に(5)式に対応する解パターン

$$\gamma_{jk} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \gamma_{ijk} \dots \dots \dots (17)$$

を得る。ここで、 $\gamma_{1jk}, \gamma_{2jk}, \dots$ の各最大値以外を零として解とする手法もあるが^{(1)~(3)(7)}、本論文では、(15)式および(16)式などで得られたすべての γ_{ijk} を正規化された磁界源スペクトルとして扱い、これらの加算平均[(17)式]をもって解とする。(10)式の展開はフーリエ変換のように基底関数が互いに非直交であり、この磁界源スペクトル分布はフーリエ変換と同様にある幅をもった形として与えられる⁽⁵⁾。

〈3・3〉 最小ノルム法 (13)式のような式の数と未知数の数が不一致の連立方程式を解くには幾つかの方法が知られている^{(9)~(11)}。例えば、ベクトル \mathbf{u} と $\alpha_{jk}\mathbf{d}_{jk}$ の距離が最小になる j および k を求めようとする最小二乗法があ

るが、これは最も支配的な単一の電流双極子を求めるもので、複数個の電流双極子から成る解を得ることはできない。一方、SPM 法はベクトル \mathbf{u} と \mathbf{d}_{jk} の角度に評価基準を置いた方法であり、複数個の電流双極子が求められる方法の一つである。また、このほかに複数個の電流双極子を与える方法として最小ノルム法がある⁽⁸⁾。これは、無数にある \mathbf{D} の右逆行列⁽⁹⁾の中で、解ベクトル \mathbf{f} のノルムが最小となるものを探し出す方法であり、このときの \mathbf{f} は次式によって与えられる。

$$\mathbf{f} = \mathbf{D}^T(\mathbf{D}\mathbf{D}^T)^{-1}\mathbf{u} \dots \dots \dots (18)$$

〈3・4〉 数値実験 SPM 法および最小ノルム法はそれぞれ(17)式および(18)式によって解を与える。ここでは二つの例題について、SPM 法と最小ノルム法との比較数値実験を行う。また数値実験結果として、空間上の同じ点にある解についてこれらの角度合成処理をした後の電流双極子ベクトルを示す。

最初の例題は、図1の立体中に図2のようなループ電流が流れているケースで、磁界測定は図1に示したようにこの立体の上部面のみで行われ、しかも磁界の z 方向成分のみが測定されるものとする。この数値実験で用いる測定磁界パターンは順問題として容易に計算でき、測定点は格子状に $6 \times 6 = 36$ 点あるものとする。一方、この立体の離散化は x, y および z 方向に $13 \times 13 \times 15$ 分割し、更に求める電流双極子ベクトルの $x-y$ 平面上の角度分解能は 5 度とする。以上の条件より、 $n=36, m \times m'=182,520$ となる。図3および図4は SPM 法および最小ノルム法による解析結果である。ただし、図3は(17)式の解パターンのう

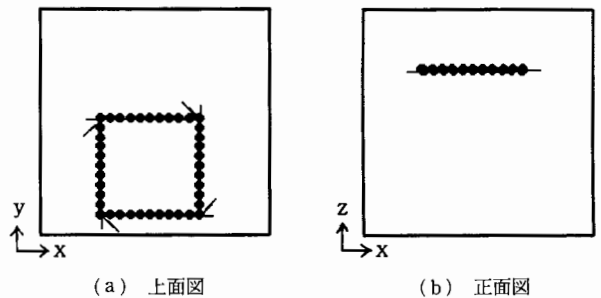


図2 正解の電流分布 (ループ電流)
Fig. 2. Correct current distribution (loop current).

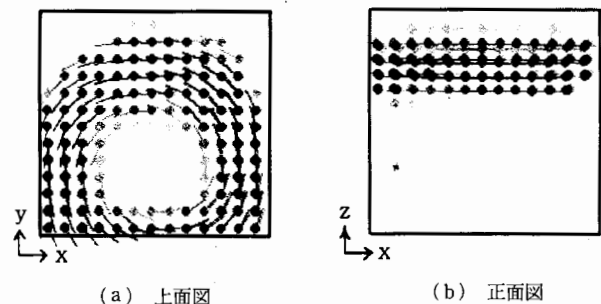


図3 SPM法による解パターン (ループ電流)
Fig. 3. Solution pattern obtained by the SPM method (loop current).

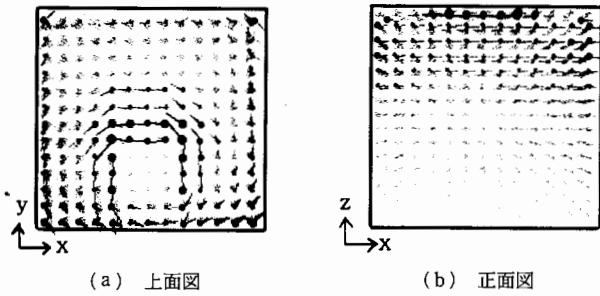


図 4 最小ノルム法による解パターン (ループ電流)

Fig. 4. Solution pattern obtained by the minimum-norm method (loop current).

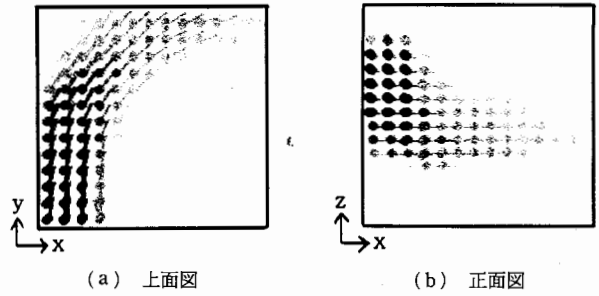


図 6 SPM 法による解パターン (らせん状電流)

Fig. 6. Solution pattern obtained by the SPM method (spiral current).

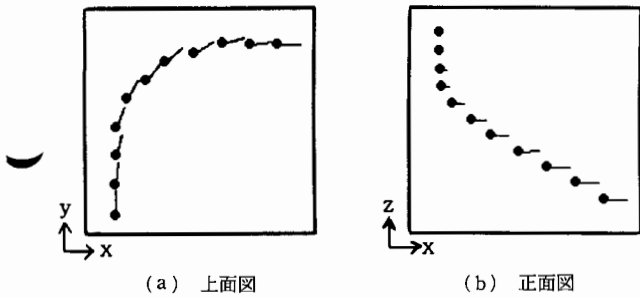


図 5 正解の電流分布 (らせん状電流)

Fig. 5. Correct current distribution (spiral current).

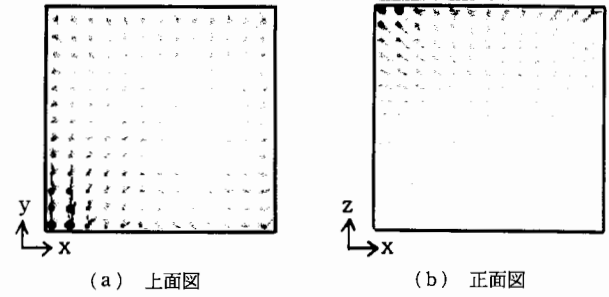


図 7 最小ノルム法による解パターン (らせん状電流)

Fig. 7. Solution pattern obtained by the minimum-norm method (spiral current).

ち、文献(3)~(7)と同様、図の鮮明性を考慮して $\gamma \geq 0.9$ の部分を図示した。これは、 γ_{ijk} が測定および評価磁界パターンベクトル間の角度の余弦に対応するため、この角度が零に近い評価磁界パターンに対する γ_{ik} の差異の明瞭化を目的としたものである。図3および図4の上面図からはどちらもループ状の解分布が見られるが、正面図を見ると最小ノルム法による解は測定面から浅い部分に分布し、SPM法による解のほうが図2(b)に示した正解の電流の深さに近いことがわかる。また、図4(a)の最小ノルム法の結果では、 y 座標が最大となる二つの隅において正解の電流方向とは逆向きの解が現れている。

次に解の深さ方向の吟味をするため、図5に示すらせん状電流について、最初の例題と同様の離散化条件の下、二つの方法による解の比較を行う。図6および図7はこの場合のSPM法および最小ノルム法による解析結果であり、図6は図3と同様、(17)式の解パターンのうち、 $\gamma \geq 0.9$ の部分を図示した。図6および図7より、SPM法はらせん状の解パターンを与えるが最小ノルム法は正解の電流分布とは全く異なる解を出すことがわかる。

最小ノルム法は、その特徴として同じ磁界パターンを与えるものの中から電流双極子ベクトルの大きさが全体として最小ですむ解ベクトルを求める方法である。従って、小さな電流双極子ベクトルであっても大きな磁界パターンを与えるために、測定面に近い部分に電流双極子ベクトルが集中することがわかる。一方、SPM法は深さ方向に対して若干の減衰はあるものの、おおむね正解に近い解パター

ンを与える。これは、SPM法では(11)式の解ベクトル f の $m \times m'$ 個の要素一つ一つについて独立に重み付けを行い、測定磁界パターンベクトル u を生じるすべての可能性について吟味するので、深さ方向に存在する解要素の評価も測定面に近い領域の解要素の評価も(15)式および(16)式などにより平等に行うためである。これに対し最小ノルム法では、解ベクトルとしての無数の可能性の中で、ある拘束条件を満足する唯一のベクトルを選んでしまうため、(11)式の各要素個別には吟味が行われず、本来の解要素が正しく評価されない可能性があるためである。一方、最小ノルム法による解ベクトル f は厳密に(13)式を満足することは明らかであるが、SPM法ではベクトルとしての評価ではなく個々の要素についての評価であるため、それらによって構成される解ベクトル f は(13)式を厳密に満足するとは限らない。

4. 高速 SPM 法の実験的検証

高速 SPM 法は電流双極子ベクトルの角度 ψ 方向の離散化による演算時間を削減するために考えられた手法で、電流双極子ベクトルの直交する 2 成分がそれぞれ測定面に垂直に与える磁界パターンを考え、これら磁界パターン間の直交性が成立する座標系、すなわち円筒および球座標系(図8, 図9)の導入によって定式化したものである⁽⁶⁾。従来の代表的な逆問題解析手法である最小二乗法、相関係数法および最小ノルム法ではこのような磁界パターン成分間

の直交性を利用した例はなく、また磁界測定点が曲面上にあるなどの特別な理由がない限り、通常、 x - y - z 座標系にて解析をしている⁽⁸⁾⁽¹¹⁾。

〈4・1〉 定式化 図8の円筒座標系において、 z 方向磁界 H_z は、電流双極子ベクトル \mathbf{a} の r 方向成分 α_r および θ 方向成分 α_θ によって生じる磁界成分 H_{zr} および $H_{z\theta}$ に分解して考えることができる。

$$H_z = H_{zr} + H_{z\theta} \dots\dots\dots (19)$$

円筒座標系における単位ベクトル \mathbf{e}_z , \mathbf{a} の位置での単位ベクトル \mathbf{e}_r および \mathbf{e}_θ , 更に \mathbf{a} から H_z への距離ベクトル \mathbf{s} を用いると、これらは

$$H_{zr} = \frac{(\alpha_r \mathbf{e}_r) \times \mathbf{s}}{4\pi|\mathbf{s}|^3} \cdot \mathbf{e}_z \dots\dots\dots (20 a)$$

$$H_{z\theta} = \frac{(\alpha_\theta \mathbf{e}_\theta) \times \mathbf{s}}{4\pi|\mathbf{s}|^3} \cdot \mathbf{e}_z \dots\dots\dots (20 b)$$

と書け、円形測定面 P にわたる面積分に対し、

$$\int_P H_{zr} H_{z\theta} dS = 0 \dots\dots\dots (21)$$

が成立する。この直交性は、 H_{zr} および $H_{z\theta}$ の磁界パターンが、図8の r 軸に沿ってそれぞれ奇関数および偶関数となるため、これは図1の x - y - z 座標系では一般に成立しない。

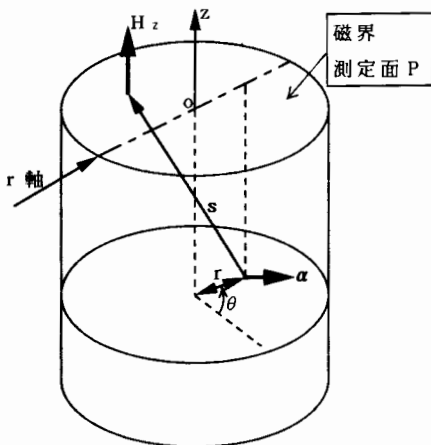


図8 円筒座標系

Fig. 8. Cylindrical coordinate system.

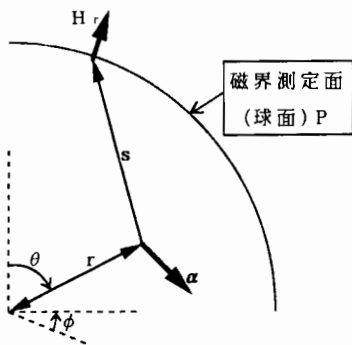


図9 球座標系

Fig. 9. Spherical coordinate system.

同様の直交性が図9の球座標系においても成立する。球状測定面の法線方向磁界 H_r は、電流双極子ベクトル \mathbf{a} の θ 方向成分 α_θ および ϕ 方向成分 α_ϕ によるそれぞれの磁界 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ に分解できる。

$$H_r = H_{r\theta} + H_{r\phi} \dots\dots\dots (22)$$

この場合も球面上の円形境界測定面 P において、

$$\int_P H_{r\theta} H_{r\phi} dS = 0 \dots\dots\dots (23)$$

が成立する。ここで、 $H_{r\theta}$ および $H_{r\phi}$ は、球座標系における H_r の位置での単位ベクトル \mathbf{e}_r , \mathbf{a} の位置での単位ベクトル \mathbf{e}_θ および \mathbf{e}_ϕ , 更に \mathbf{a} から H_r への距離ベクトルを \mathbf{s} として、次式のようになる。

$$H_{r\theta} = \frac{(\alpha_\theta \mathbf{e}_\theta) \times \mathbf{s}}{4\pi|\mathbf{s}|^3} \cdot \mathbf{e}_r \dots\dots\dots (24 a)$$

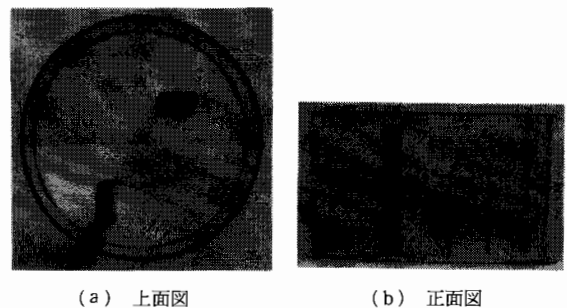
$$H_{r\phi} = \frac{(\alpha_\phi \mathbf{e}_\phi) \times \mathbf{s}}{4\pi|\mathbf{s}|^3} \cdot \mathbf{e}_r \dots\dots\dots (24 b)$$

このような円筒および球座標系の特徴を用いて(1)式の積分領域 V を m 個の微小体積に離散化すると、 \mathbf{u} を各側面に垂直な測定磁界パターンベクトルとして、次式を得る。

$$\mathbf{u} = \sum_{j=1}^m (\alpha_{pj} \mathbf{d}_{pj} + \alpha_{qj} \mathbf{d}_{qj}) \dots\dots\dots (25)$$

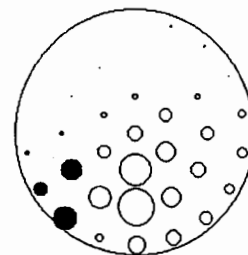
ただし、円筒座標系では $p=r, q=\theta$ であり、球座標系では $p=\theta, q=\phi$ である。また、 \mathbf{d}_{pj} および \mathbf{d}_{qj} は(20)式および(24)式から得られる磁界パターンベクトルである。(10)式および(25)式の比較から、この定式化により未知数が $2/m'$ 倍となって大幅に減少したことがわかる。

(10)式においては、同じ j 点の例えば \mathbf{d}_{j1} と \mathbf{d}_{j2} などの直交性は一般に保証されないが、(25)式の \mathbf{d}_{pj} と \mathbf{d}_{qj} の直交性は成立する。従って、円筒および球座標系では、SPM 演算は \mathbf{d}_{pj} および \mathbf{d}_{qj} ($j=1 \sim m$) について独立に \mathbf{u}



(a) 上面図

(b) 正面図



(c) 測定磁界パターン

図10 円筒座標系内に置かれた導体
Fig. 10. Conductors in the cylindrical coordinate system.

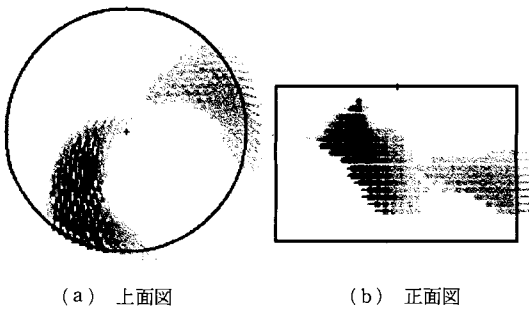


図 11 SPM 法による導体位置推定結果 (円筒座標系)

Fig. 11. Conductor position estimation by the SPM method (cylindrical coordinate system).

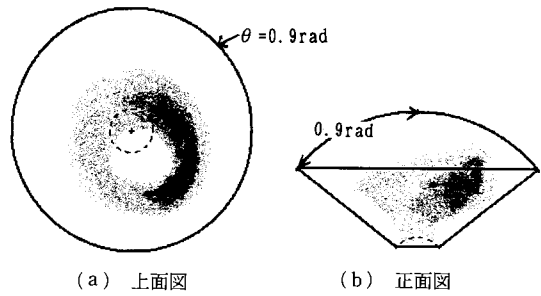
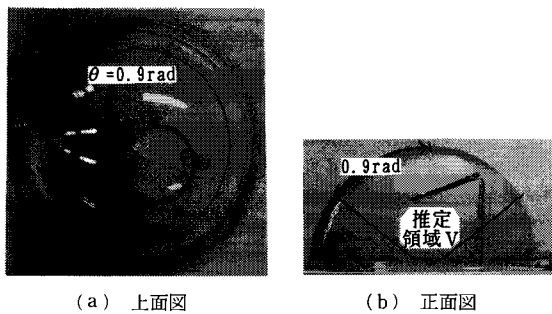
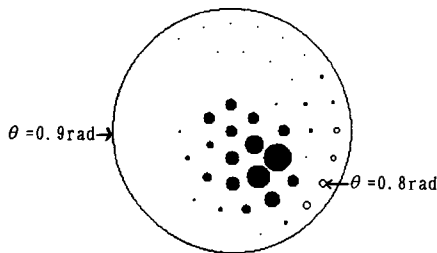


図 13 SPM 法による導体位置推定結果 (球座標系)

Fig. 13. Conductor position estimation by the SPM method (spherical coordinate system).



(a) 上面図 (b) 正面図



(c) 測定磁界パターン

図 12 球座標系内に置かれた導体

Fig. 12. Conductor in the spherical coordinate system.

との間で行い、その結果の比をもって j 点における電流双極子ベクトルの角度を得ることができる。

〈4・2〉 実験および解析結果 円筒内部にある高さの異なる二つの導体に 1 MHz の電流を流し、上部円形面でのその垂直成分磁界を測定した(図 10)。ただし、双方の導体の巻数および電流値は等しく、測定点数は $n=37$ である。図 10(c)は電流が正の最大波高値となったときの測定磁界の大きさを示すもので、N 極および S 極領域はそれぞれ ●印および ○印で表した。この円筒内部を $m=15,687$ 個に離散化して SPM 演算を行った結果 ($\gamma \geq 0.9$) を図 11 に示す。この結果は HP-720 EWS にて 125 秒の計算時間を要し、 $x-y-z$ 座標系による演算時間の 11% であった。

図 12 は球座標系での例を示すもので、座標中心からずれた位置にある、傾きをもった円形コイルに 1 MHz の電流を流し、図中の球面に垂直な磁界を $\theta \leq 0.8$ rad の範囲

で測定した。測定点数 $n=61$ で、このときの測定磁界パターンを図 12(c) に示す。図 13 は、図 12 に示した $\theta \leq 0.9$ rad の推定空間を $m=27,240$ に離散化し、SPM 演算をした結果 ($\gamma \geq 0.9$) である。ただし、推定空間半径は、測定球面半径の 20% 以上とした。

図 11 および図 13 より、高速 SPM 法においても $x-y-z$ 座標系による図 3 および図 6 の結果と同様に、ほぼ導体の位置・形状を推定できることがわかる。また図 6 の数値実験結果と同様、深さ方向に分布する磁界源の推定では、深い部分の解スペクトルの大きさが浅い部分のそれより数% 小さく現れている。

5. むすび

静磁界系逆問題において、測定および評価磁界分布関数との積の測定面にわたる積分が磁界源の空間分布スペクトルを与え、これを離散値系で行う手法が SPM 法であることを示した。

SPM 法は通常最小二乗法と異なり、複数個の磁界源推定が行える方法の一つである。そこで、従来より複数個の磁界源推定ができる方法として知られている最小ノルム法と SPM 法との比較数値実験を行い、それぞれの解の特徴を示した。

最後に、測定面磁界パターンの直交性を利用した高速 SPM 法について述べ、これの実験的検証を行い、本方法の有用性を明らかにした。

(平成 5 年 6 月 21 日受付, 同 5 年 12 月 6 日再受付)

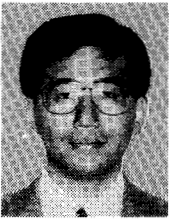
文 献

- (1) Y. Saito, et al.: "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields", *J. Appl. Phys.*, **67**, No. 9, 5830 (1990)
- (2) 早乙女英夫, 他: 「生体磁界における逆問題」, 電学論 A, **112**, 279 (平 4-4)
- (3) 早乙女英夫, 他: 「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」, 電学論 C, **113**, 69 (平 5-1)
- (4) H. Saotome, et al.: "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis", *IEEE Trans. Magnetics*, **MAG-29**, No. 2, 1389 (1993)
- (5) H. Saotome, et al.: "Electromagnetic field source searching from the local field measurement", *Int. J. Appl. Electromag.*

Matrils, 3, No. 4, 297 (1993) Elsevier

- (6) 早乙女英夫, 他: 「局所直交座標系による MCG, MEG 解析-SQUID センサの最適配置-」, 電気学会マグネティックス研資, MAG-93-60 (平 5)
- (7) H. Saotome, et al.: "Crack identification in metallic materials", *IEEE Trans. Magnetics*, MAG-29, No. 2, 1861 (1993)
- (8) J. Z. Wang, et al.: "Magnetic source image determined by a lead-field analysis: The unique minimum-norm least-squares estimation", *IEEE Trans. Biomed. BME*-39, No. 7 (1992)
- (9) G. ストラング (山口昌哉, 井上昭 訳): 線形代数とその応用 (平元) 産業図書
- (10) 日野幹雄: スペクトル解析 (平 3) 朝倉書店
- (11) 内川義則, 他: 「等価電流双極子法による体性感覚野誘発脳磁界の信号源追跡」, 電学論 A, 112, 127 (平 4-2)

早乙女 英 夫 (正員) 1958 年 12 月 13 日生。1983 年 3 月法政大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年 4 月富士電機(株)入社, (株)富士電機総合研究所勤務。1994 年 3 月法政大学大学院工学研究科博士後期課程修了。現在, 千葉大学工学部電気電子工学科助手。博士(工学)。平成 4 年度電気学会論文発表賞受賞。日本応用磁気学会会員。



早 野 誠 治 (正員) 1947 年 7 月 24 日生。1977 年 3 月法政大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年同大学助手, 1993 年同専任講師, 現在に至る。IEEE, 日本応用磁気学会, 日本生体磁気学会, 日本 AEM 学会会員。



斎 藤 兆 古 (正員) 1946 年 7 月 24 日生。1975 年 3 月法政大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学助手, 1976 年同講師, 1978 年同助教授, 1987 年同教授, 現在に至る。工学博士。International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Advisory Editorial Board. IEEE, 電子通信情報学会, 日本応用磁気学会, 日本生体磁気学会, 日本 AEM 学会, Electromagnetics Academy (MIT) 会員。

