

試行パターン一致法による導体内の欠損推定

学生員 土井 達也 (法政大)

正員 早乙女 英夫 (法政大)

正員 早野 誠治 (法政大)

正員 齋藤 兆古 (法政大)

A Defect Estimation in Conductive Materials by the Sampled Pattern Matching Method

Tatsuya Doi, Student Member, Hideo Saotome, Member, Seiji Hayano, Member, Yoshifuru Saito, Member (Hosei University)

Previously, we have proposed the sampled pattern matching method in order to search for the current distributions in biological systems from local magnetic field measurements. This method is now applied to defect estimation problems in conducting materials. In the present paper, defects are regarded as equivalent potential sources due to discontinuity of the conductivity at defect positions. The equivalent potentials depend on the externally applied potential source so that this functional relationship between the equivalent and applied potential sources leads to a modified sample pattern matching method named the projective sampled pattern matching method. This new method provides a fairly good result even in the case of multi-defect problems.

キーワード：逆問題，非破壊検査，欠損探査，電気ポテンシャル法

1. まえがき

局所的に推定された電界・磁界などのようなフィールド分布からフィールド源を推定する問題や、外部から既知フィールドを対象に加え、その応答として得られるフィールド分布から対象の媒質推定を行う問題は、一括して逆問題と呼ばれている。逆問題のなかで前者の問題は、推定対象自身がフィールド源をもつためフィールド源推定の逆問題 (Inverse Source 問題；以後、IS 問題と略記) と呼ばれ、生体から生ずる電磁界分布を生体表面で測定し、生体内の電磁界分布の推定から生体の疾患を非侵襲的 (生体に損傷を与えず) に診断する方法、また電子機器から電磁界が漏れ、周辺機器や人体へ有害な影響を与える漏れ電磁界源探査などの広範な応用が期待される^{(1)~(4)}。この IS 問題に対して著者らは、局所的磁界分布から磁界源となる電流双極子分布を推定する一方法として Cauchy-Schwarz の不等式に基づく試行パターン一致法 (Sampled Pattern Matching 法；以後、SPM 法と略記) を提唱し、その有効性を眼磁図や心磁図へ適用し検証した^{(1)~(3)}。他方、後者の問題は媒質推定に関する逆問題であるため媒質推定の逆問題 (Inverse Parameter 問題；以後、IP 問題と略記) と呼ばれ、大部分の非破壊検査がこの IP 問題を解くことに

帰する。特に、鉄などの導電性金属によって構成される鉄橋、航空機などで金属疲労に起因して生ずる亀裂や欠損は、大事故を引き起こす可能性がある。このため、外部から亀裂または欠損の推定を行う非破壊検査技術は安全対策上重要な技術であり、渦電流探傷法、X線 CT、超音波探傷法、電気ポテンシャル法などの多くの非破壊検査法が提案され利用されている。しかし、測定に複雑な装置を必要としたり、また非破壊検査は本質的に逆問題を解くことに帰し、この逆問題を解く決定的な解析技術が開発されていないなどの理由により、正確な欠損推定を行うためには何らかの経験的な技術を要するのが現状である。これらの非破壊検査技術のなかで、外部から電流を流し、欠損によって被検査対象の表面に生じる電気ポテンシャルの変化を利用して欠損推定を行う電気ポテンシャル法は、比較的簡単な装置で測定ができる利点がある。このため、この電気ポテンシャル法を用いて導体内の欠損の位置・形状・大きさまで推定する方法が提唱されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。電気ポテンシャル法による欠損推定問題を解析する一方法として、本論文では次のような仮定に基づく解析方法を提案する。

(1) 欠損を等価電圧源に置き換える。

(2) 等価電圧源の大きさを単位電圧源の空間的集中度で表す。

(3) 外部から流す電流の方向を変化させ、各通電方向に対して共通となる位置の等価電圧源を求める。

(4) 等価電圧源の位置推定を実行する方法として、IS問題に対して著者らが提唱したSPM法をIP問題に変形して適用する⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。

その結果、電気ポテンシャルが高精度で測定可能であれば、複数個の欠損がある問題でも比較的良好な結果が期待できることが判明したので報告する。また、導体中の異媒質の位置推定問題を応用例として取り上げ、本手法の有用性を検証する。

2. SPM 法による欠損探査

<2.1> 基礎方程式 無限に広い空間に静的な電流が分布している系で、電気ポテンシャル ϕ と導電率 χ 、更に電流密度 J の関係は次式によって与えられる。

$$-\nabla \phi = J \dots\dots\dots (1)$$

いま、導体に欠損があるとすれば、(1)式は

$$-\nabla \phi_d = J + J_s \dots\dots\dots (2)$$

と変形される。ここで、 ϕ_d は欠損があるときの電気ポテンシャルである。また、欠損部の導電率 χ は物理的に零であるが、 χ は零でなく導体全体で一定値であると仮定し、 J_s を導電率の不連続性を代替する仮想電流密度とした。すなわち、導体中の欠損部には外部から通電される電流密度 J が流れないから、 J_s は欠損部で電流密度 J を打ち消す方向に流れる仮想電流密度である。

(2)式から(1)式を引くと、

$$-\nabla (\phi_d - \phi) = J_s \dots\dots\dots (3a)$$

または、

$$-\nabla \phi_s = J_s \dots\dots\dots (3b)$$

と書ける。ここで、 ϕ_s は欠損がある場合とない場合の電気ポテンシャルの差 (以後、電気ポテンシャル差と略記) であり、

$$\phi_s = \phi_d - \phi \dots\dots\dots (3c)$$

で与えられる。(3b)式の発散をとると、

$$\nabla^2 \phi_s = -\nabla \cdot (J_s/\chi) \dots\dots\dots (4)$$

なるポアソン型の支配方程式を得る。

欠損部の電界を E_s とすれば、(4)式の右辺は $J_s/\chi = E_s$ であるから、(4)式の支配方程式は、電気ポテンシャル差 ϕ_s が欠損部の電界 E_s によって生ずることを意味している。空間全体の電気ポテンシャル差 ϕ_s が測定可能であれば、(4)式の右辺が零でない部分、すなわち欠損部は(4)式に ϕ_s を代入することによって容易に求めることができる。しかしながら多くの場合、被検査対象の輪郭に沿った局所的な電気ポテンシャルなどしか測定することができない。これが逆問題の解析を困難とする主要因である。

<2.2> システム方程式 (4)式の積分形は、 $E_s = J_s/\chi$ の関係を用いて、次式で与えられる⁽⁷⁾。

$$\phi_s = \int_V G(\nabla \cdot E_s) dv \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 G はグリーン関数であり、本論文ではすべて

の空間が一定値の導電率 χ で満たされているとしているから、 r を電気ポテンシャル差 ϕ_s とポテンシャル源 $\nabla \cdot E_s$ 間の距離として、 $G = 1/(4\pi r)$ で与えられる。

いま、電気ポテンシャル差 ϕ_s を n 個の測定点で測定し、それぞれ $\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}$ とする。更に、対象領域 V を m 個の微小領域 $\Delta V_i (i=1, \dots, m)$ に分割し、個々の微小領域で $\nabla \cdot E_s$ および $\nabla \cdot (J_s/\chi)$ がそれぞれ一定値、 $\nabla \cdot E_{si}$ および $\nabla \cdot (J_{si}/\chi)$ であるとすれば、(5)式は次のように離散化される。

$$U = \sum_{i=1}^m a_i d_i \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 a_i は電圧双極子ベクトルの大きさであり、

$$a_i = |\Delta V_i (\nabla \cdot E_{si})| = |\Delta V_i [\nabla \cdot (J_{si}/\chi)]| = |\Delta S_i (J_{si}/\chi)| \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。この電圧双極子ベクトル a_i (Vm) の物理的意味は、電流双極子ベクトルを導電率で除算したものと解釈できる⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾。また、 ΔS_i は、 ΔV_i の表面積を示し、

$$\nabla \cdot = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} [\Delta S_i / \Delta V_i] \dots\dots\dots (8)$$

の関係 ΔV_i が十分小さいとして使った。また、ベクトル U は、

$$U = [\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}]^T \dots\dots\dots (9)$$

である。更に、ベクトル d_i は、 $i(=1 \sim m)$ 点の電圧双極子ベクトルと $j(=1 \sim n)$ 点の電気ポテンシャル差の間のグリーン関数が、 r_{ji} を両者間の距離として、 $G_{ji} = 1/(4\pi r_{ji})$ であるから、

$$d_i = [G_{1i} a_i \cdot a_{r1i}, G_{2i} a_i \cdot a_{r2i}, \dots, G_{ni} a_i \cdot a_{rni}]^T \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。ここで、 a_i は電圧双極子ベクトル a_i の単位方向ベクトルであり、 a_{rji} は i 点の電圧双極子から電気ポテンシャル差の測定点 j への単位方向ベクトルである。

一般に、電気ポテンシャル差は電圧双極子を含む全領域で測定されるのではなく、限られた点でしか測定されないため次の条件、

$$n < m \dots\dots\dots (11)$$

が成り立つ。(6)式は、電気ポテンシャル法におけるIP問題のシステム方程式であり、IP問題を解くことは電圧双極子ベクトル $a_i (i=1 \sim m)$ の位置と大きさを求めることに帰するが、(11)式は式の数 n よりも未知数の数 m が多く、(6)式の解が単純な行列演算を用いて一意的に求められないことを意味している。

<2.3> 投影SPM法 従来から著者らが提唱しているSPM法は、対象内部に電磁界源が存在するIS問題を前提としている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。しかし、本論文で取り扱うIP問題は、内部に電磁界源を含まず、外部から通電することで生ずる電圧双極子を推定することに帰し、この欠損部に起因する電圧双極子の方向は、外部からの通電方向に応じて変化する。このため、IS問題に対するSPM法のように双極子の角度をすべての方向に走査する必要がなく、外部から流す電流の方向に応じて欠損部に起因する電圧双極子の方向を仮定すればよい。欠損部に起因する電圧双極子の方

向は、欠損部に電流が流れないから、外部から流される電流の方向に対して逆方向である。従って、SPM法で仮定する対象領域内の電圧双極子の方向をすべて外部から通電する電流の逆方向に投影して実行すればよい。この方法を投影SPM法 (Projective Sampled Pattern Matching法；以下、PSPM法と略記) と呼ぶ。換言すれば、PSPM法は外部電流と逆方向の電圧双極子のみについてSPM法を実行する方法である。

さて、SPM法は、Cauchy-Schwarzの関係式に基づいて入力源 (ポテンシャル源) の位置を探す方法であり、その第1ステップは、

$$\gamma_i = U^T \cdot d_i / (\|U\| \|d_i\|) \quad (i=1 \sim m) \dots \dots \dots (12a)$$

の計算を実行することである。明らかに、(12a)式は測定によって得られる既知ベクトル U と i 点に位置する電圧双極子に起因するベクトル d_i 間の角度、すなわち電気ポテンシャル差とベクトル d_i 間の空間分布パターンの一致度合を与える。最初の等価入力源の位置を(12a)式で γ_i が最大値をとる点 j を起点 (以後、この点をパイロットポイントと呼ぶ) として求めた後、2番目のパイロットポイントは、最初のパイロットポイント j 点のベクトル d_j を用いて次式の γ_k が最大値をとる点とする。

$$\gamma_k = U^T \cdot (d_j + d_k) / (\|U\| \|d_j + d_k\|) \quad (k=1 \sim m, k \neq j) \dots \dots \dots (12b)$$

求めるべきパイロットポイントの個数は、欠損がある場合に測定される電気ポテンシャルと電気ポテンシャル差のノルムの比で決定する。すなわち、欠損がある場合の測定点における電気ポテンシャルを要素とする既知ベクトル U_x のノルムを $\|U_x\|$ として、(12a)、(12b)式と同様な過程でパイロットポイントを、

$$\frac{\|U\|}{\|U_x\|} \leq \frac{\|\sum_{j=1}^k d_j\|}{\|\sum_{i=1}^m d_i - \sum_{j=1}^k d_j\|} \dots \dots \dots (12c)$$

に達する k 個まで求める。

(12a)~(12c)式は、外部から流す電流の方向が一方向についてのみであり、この過程を外部から流す電流の方向を対象領域を取り囲む周辺に沿って一周するよう変えて実行する。各通電方向で得られたパイロットポイントの重

複度で欠損部位を推定する。これが本論文で提案する電気ポテンシャル法による導体内の欠損探査法である。具体的なPSPM法の計算の流れ図を付録に記した。

3. 応用例

〈3・1〉 数値実験 本論文で提案したPSPM法の妥当性を吟味する。図1(a)~(c)に示すように、十分広い二次元平面上で欠損部を円形状に取り囲む線に沿って等間隔で72点の電気ポテンシャル差が測定されるとしよう。(a)~(c)図で、三角形メッシュで示されている部分が欠損部であり、それぞれ1, 2更に3箇所の欠損が円周上に位置する電気ポテンシャル測定点に囲まれる被探査領域内に存在する。

図2(a)~(c)は、外部印加電流の通電方向が一方向のみの電気ポテンシャル差を用いてPSPM法によって推定された結果であり、それぞれ図1(a)~(c)に対応する。なお、円形状に位置する72点の電気ポテンシャル差は有限要素法で計算した。明らかに、一方向からの通電でも大まかな欠損推定は可能であるが、欠損部の数が増加するほど正確な推定は困難であることがわかる。

図3(a)~(c)は、外部印加電流の通電方向を5度刻みで360度回転させ、72回の独立なPSPM演算によって得られた個々のパイロットポイントの加算平均で欠損部を推定した結果であり、それぞれ図1(a)~(c)に対応する。明らかに、図3(a)~(c)の結果は図2(a)~(c)のそれらに比較してわずかに高精度で欠損部が推定されていることを示している。

〈3・2〉 異媒質の位置推定問題への応用 図4に示すように、導電性ゴム上に置かれた金属性ボルトの位置推定に関するIP問題を考える。このIP問題では導電性ゴムの導電率よりも金属で作成されたボルトの導電率が大きいので、ボルトの位置と大きさは外部から流される電流方向と同一方向の単位電圧双極子の位置と分布を求める問題に帰する。

電気ポテンシャル差は図4中の12点で測定され、電流の通電方向は30度刻みで12回変更した。測定された電気ポテンシャル差を表1に示す。

表1 測定された電気ポテンシャル差の値 (ノルムが1になるよう正規化済)
Table 1. Measured electric potential values (normalized).

Angle [deg]	Measurement positions											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.57	0.33	0.19	0.03	-0.16	-0.29	-0.36	-0.34	-0.23	-0.11	0.04	0.32
30	0.47	0.15	-0.10	-0.23	-0.30	-0.36	-0.31	-0.16	-0.04	0.08	0.29	0.51
60	0.39	-0.02	-0.28	-0.35	-0.36	-0.32	-0.15	-0.03	0.07	0.24	0.34	0.47
90	0.05	-0.36	-0.40	-0.35	-0.27	-0.12	-0.03	0.10	0.23	0.32	0.41	0.42
120	-0.24	-0.50	-0.40	-0.30	-0.10	0.01	0.13	0.26	0.30	0.35	0.31	0.19
150	-0.46	-0.53	-0.32	-0.12	0.01	0.16	0.28	0.32	0.30	0.26	0.15	-0.05
180	-0.62	-0.47	-0.12	0.04	0.22	0.29	0.30	0.24	0.21	0.11	-0.01	-0.22
210	-0.60	-0.20	0.08	0.20	0.32	0.27	0.24	0.21	0.12	-0.01	-0.14	-0.50
240	-0.46	0.03	0.27	0.36	0.31	0.23	0.18	0.10	-0.02	-0.13	-0.37	-0.49
270	-0.12	0.34	0.36	0.46	0.17	0.12	0.05	-0.09	-0.12	-0.33	-0.39	-0.45
300	0.22	0.57	0.38	0.18	0.18	0.01	-0.18	-0.19	-0.35	-0.35	-0.30	-0.18
330	0.56	0.51	0.24	0.08	-0.01	-0.19	-0.21	-0.32	-0.33	-0.23	-0.14	0.03

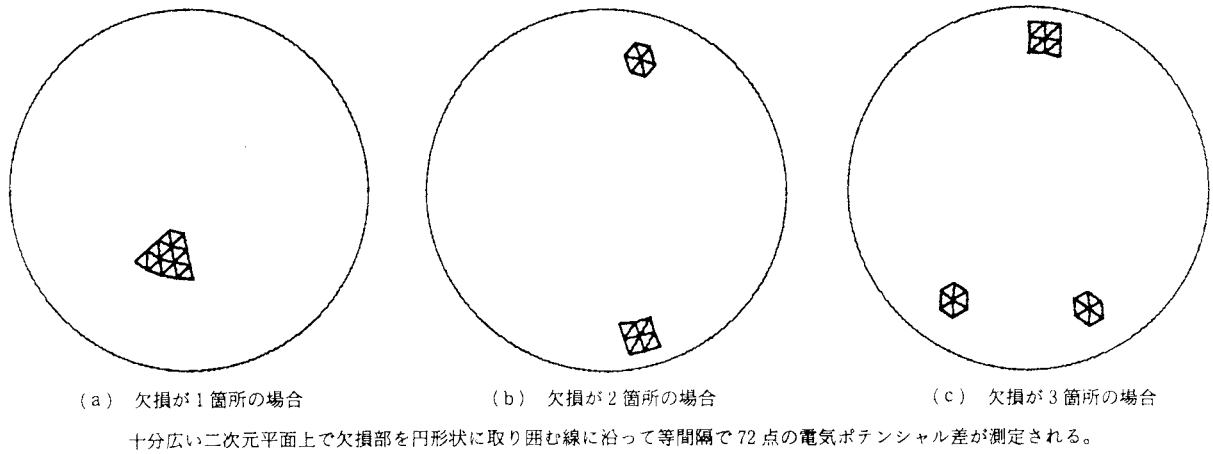
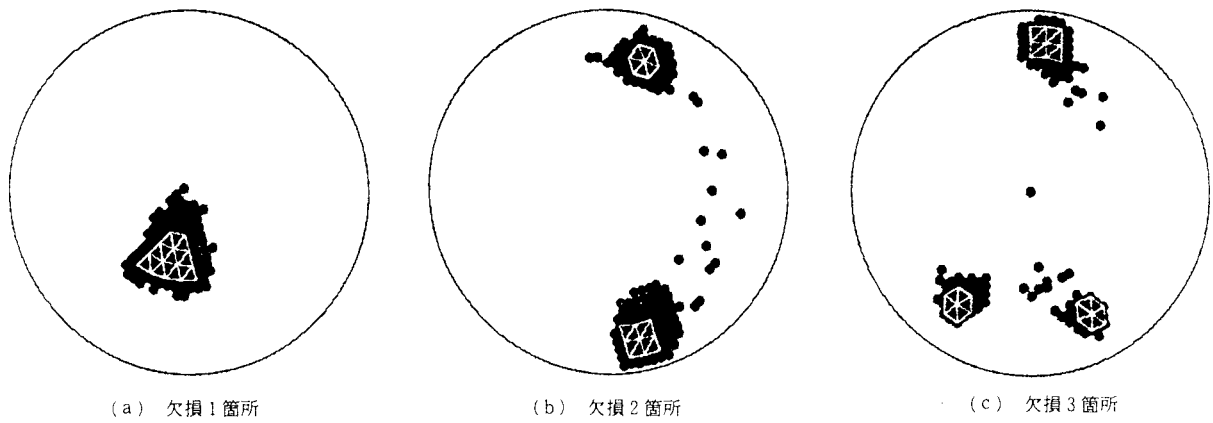
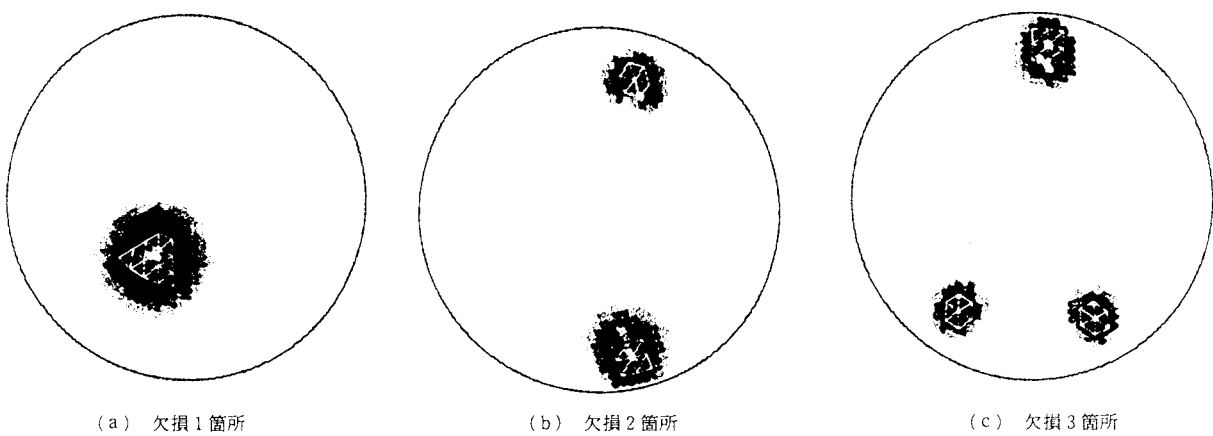


図 1 数値実験モデル
Fig. 1. Model used for numerical tests.



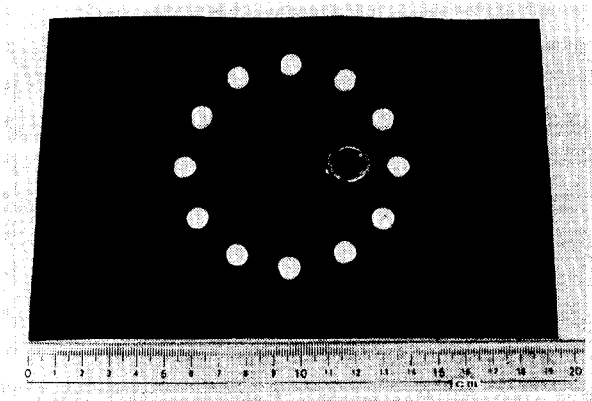
点の広がりや欠損の大きさに対応する。
三角形メッシュ部は図1(a)~(c)に対応する欠損部を示す。

図 2 一方向から通電した場合のPSPM法による結果
Fig. 2. Results estimated by the projective sampled pattern matching method using a uni-directionally applied external current.



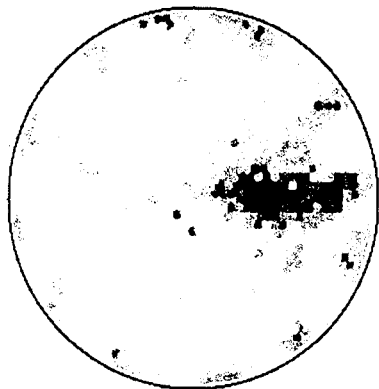
点の広がりや欠損の大きさに対応し、パイロットポイントの重複度は、濃淡で表してある。
三角形メッシュ部は図1(a)~(c)に対応する欠損部を示す。

図 3 72方向から通電した場合のPSPM法による結果
Fig. 3. Results estimated by the projective sampled pattern matching method using the external currents applied in the 72 different directions.



導電性ゴム板上に置かれた金属製ボルトの位置推定。

図 4 導体中の異媒質の位置推定問題
Fig. 4. A position estimation problem of different medium.



電気ポテンシャル差は図 4 中の 12 点で測定され、電流の通電方向は 30 度刻みで 12 回変更した。

図 5 PSPM 法による推定結果
Fig. 5. Estimated bolt position by the projective sampled pattern matching method using the externally applied currents in the 12 different directions.

図 5 に PSPM 法で推定された結果を示す。同図の結果は、電気ポテンシャル差測定の実差などに起因して正確にボルトの形状まで推定することはできないが、ボルトの位置や大きさはある程度 PSPM 法によって推定されることがわかる。

4. ま と め

本論文では、導体中の欠損推定問題を電気ポテンシャル法を用いて推定する場合の解析方法として、(1)欠損を等価電圧源に置き換える、(2)この等価電圧源の大きさを単位電圧双極子の空間的集中度合で表す、更に、(3)外部から通電する方向を変化させて各通電方向に対して共通となる等価電圧源を求める方法を提案した。また、等価電圧源の位置推定を効率良く実行する方法として、著者らが既に提案した SPM 法を変形した PSPM 法を提唱した。

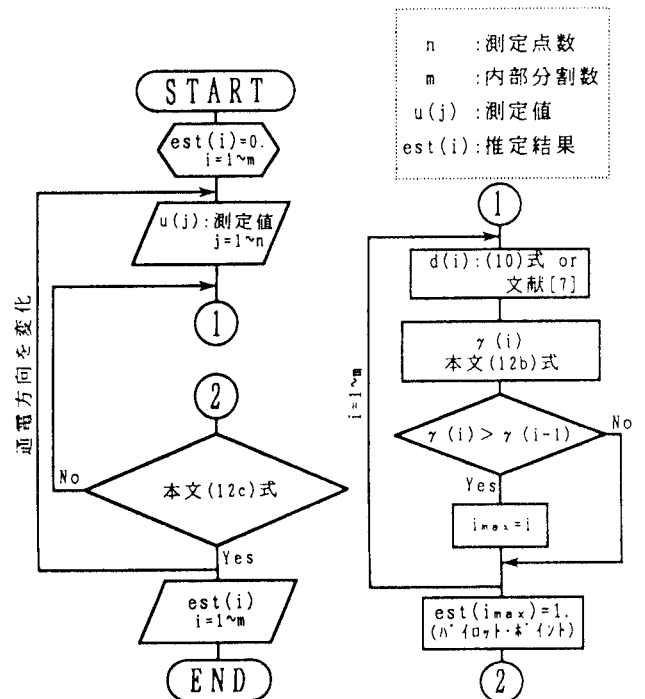
数値実験の結果は、電気ポテンシャルが高精度で測定できれば、複数個の欠損がある問題でも比較的良好な結果が期待できることを示した。更に具体的応用例として導体中の異媒質の位置推定問題に適用し、異媒質の存在する位置推定がある程度可能であることを示した。

(平成 5 年 5 月 14 日受付)

文 献

- (1) Y. Saito, et al.: "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position rearching of the human eye fields", *J. Appl. Phys.*, 67, No. 9, 5830 (1990-5)
- (2) 早乙女, 他: 「生体磁界における逆問題」, 電学論 A, 112, 279 (平 4-4)
- (3) 早乙女, 他: 「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」, 同上 C, 113, 69 (平 5-1)
- (4) 橋田, 他: 「漏れ磁界源推定の一方法」, 信学技報, EMCJ 92-79, 1 (平 5-1)
- (5) S. Kubo, et al.: "A Simple scheme for identification of a semielliptical surface crack form D.C. potential readings", *Int. J. Appl. Electromag. Mater.*, 2, No. 1, 81(1991-5)
- (6) Y. Iwamura, et al.: "Numerical approach to inverse problem of crack shape recognition based on the electrical potential method", *IEEE Trans. Magnetics.*, 26, No. 2, 618 (1990-3)
- (7) H. Saotome, et al.: "Crack identification in metallic materials", *ibid.*, 29, No. 2, 1861 (1993-3)

付 録



付図 1 PSPM 法の計算の流れ図
app. Fig. 1. A flow chart of the projective sampled pattern matching method.

土井 達也 (学生員) 1969年5月9日生。1994年3月法政大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。現在、同大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程在学中。主として、有限要素法応用、非破壊検査に関する研究に従事。日本AEM学会会員。



早野 誠治 (正員) 1947年7月6日生。1977年3月法政大学大学院工学研究科修士課程修了。同年同大学助手、1993年同専任講師、現在に至る。電気機器およびエネルギー変換工学の講座を担当。主として、計算電磁力学、磁気工学および高周波変圧器に関する研究に従事。IEEE、応用磁気学会、日本生体磁気学会、日本AEM学会会員。



早乙女 英夫 (正員) 1958年12月13日生。1983年3月法政大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月富士電機(株)入社。(株)富士電機総合研究所にて高圧大容量インバータの開発および無効電力補償制御に関する研究に従事。1991年4月より同社退職中。1994年3月法政大学大学院工学研究科博士後期課程修了。工学博士。主として、電磁界系逆問題およびパワーエレクトロニクス



回路の最適設計に関する研究に従事。1992年度電気学会論文発表賞受賞。

斎藤 兆吉 (正員) 1946年7月24日生。1975年3月法政大学大学院工学研究科博士課程修了。同年同大学助手、1976年同講師、1978年同助教授、1987年同教授、現在に至る。電気機器、エネルギー変換工学および大学院応用数学、電磁力学、磁気工学の講座を担当。主として、計算電磁力学に関する研究に従事。工学博士。International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Advisory Editorial Board。IEEE、電子通信情報学会、応用磁気学会、日本生体磁気学会、日本AEM学会、Electromagnetics Academy (MIT) 会員。

