

## 鉄共振現象に関する考察

## Study of Ferro-resonance phenomenon

松尾 佳祐<sup>\*1</sup> (学生員), 遠藤 久<sup>\*2</sup> (正員), 齋藤 兆古<sup>\*1</sup> (正員)

Keisuke MATSUO (Stu. Mem.), Hisashi ENDO (Mem.), Yoshifuru SAITO (Mem.)

This paper studies nonlinear phenomenon caused by ferromagnetic materials. To represent nonlinear properties of ferromagnetic materials used in series ferroresonance circuit, we employ a Chua-type magnetization model composed of the nonlinear parameters: permeability  $\mu$ , reversible permeability  $\mu_r$ , and hysteresis parameter  $s$  independently measured from the past magnetization history. By the modified backward Euler method with automatic modification, a transient analysis of this initial value problem is carried out. As a result, it is clarified that some of the magnetic energy to be iron loss is recovered from magnetic materials when the ferroresonance phenomenon is occurring. This energy may be considered as a reason why the series ferroresonance is continuing even if a source voltage is reducing.

*Keywords:* Nonlinear, Ferromagnetic materials, Ferroresonance

## 1 緒言

磁氣的結合など磁性材料の特性を積極的に利用した多彩な機能を有する電気機器が数多く開発され、実用化されている。しかし、磁性材料の持つ磁気飽和、ヒステリシス、渦電流等の特性は、時として磁性材料を用いる電気機器において、予測困難で複雑なシステム応答を示す場合がある。したがって、磁性材料を含む電磁界解析の高信頼化は、高度化する電気機器の設計に必要不可欠であり、予測し難いシステム応答の解明に重要な役割を果たす。このような現状と共に、近年のパーソナルコンピュータの大メモリー容量と演算速度の高速化は目覚しく、パーソナルコンピュータで比較的大規模な有限要素解、非線形解析をも遂行可能となりつつある。

磁気ヒステリシスを表現するためにさまざまな磁化特性モデルが提案されているが、その大半は過去の磁気履歴や物理的要因、例えば、残留磁気、残留応力等によって影響を受けるパラメータを用いている。このため、履歴特性を表現するパラメータそのものが履歴を含むことに起因して、再現される履歴現象は限定されることとなる。磁性材料を含む電磁界解析のキーは、材料の特性を表現する磁化特性モデル、すなわち構成

方程式を導出し、Maxwell の方程式を解くことに帰する。以前から早野・齋藤らが提案する Chua 型磁化特性モデルを用いて、筆者等のグループは強磁性体特有の現象であるヒステリシス、磁気余効、鉄共振現象などのシミュレーションおよびその実験的検証に成功し、電気機器設計に有用な鉄損、周波数特性、表皮深さに関する報告をしている[1,2]。さらに他の代表的磁化特性モデルとの関係も明らかにしている[1,2,3]。

本論文では、Chua 型磁化特性モデルを用いて直列鉄共振回路の共振時における磁化特性の解析を行い、鉄共振現象発現の根幹と考えられる現象を明らかにする。具体的には、Chua 型磁化特性モデルの構成方程式より導出される回路方程式を状態変数法で表現し、逐次修正型後方オイラー法を用いて過渡解析を行う[4]。その結果、磁化が磁気飽和（回転磁化領域）に達すると本来鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が回路へ回生され、この回生エネルギーによって印加電源電圧の低減にも拘わらず共振が持続する。すなわち、鉄共振現象を喚起する磁性材料の性質を報告する。

## 2 Chua 型磁化特性モデル

鉄共振回路の過渡解析を行うために、式(1)で与えられる Chua 型磁化特性モデルの構成方程式を用いる。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (1)$$

式(1)の右辺第1項は静的な磁区状態を表し、第2項は動的な磁区状態を表す。ここで、 $H$ 、 $B$  はそれぞれの磁界の強さ[A/m]と磁束密度[T]を表し、 $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $s$  は

連絡先：松尾 佳祐，〒184-8584 東京都小金井市梶野町3-7-2，法政大学大学院工学研究科電気工学専攻齋藤兆古研究室，

e-mail: matsuo@ysaitoh.k.hosei.ac.jp

<sup>\*1</sup> 法政大学

<sup>\*2</sup> (株) 日立製作所

Chua 型磁化特性モデルのパラメータであり、それぞれ透磁率[H/m]、可逆透磁率[H/m]、ヒステリシス係数[Ω/m]である。この3パラメータは、過去の磁気履歴や駆動周波数に依存しない方法で導出、測定されることが磁化特性モデル構成に関する最大のキーポイントである[5]。

透磁率  $\mu$  は磁化曲線の各点において交流消磁をして得られる理想磁化曲線から決定する。飽和値に達する周期的磁化状態のヒステリシスループにおいて、同一磁束密度における上昇曲線と下降曲線それぞれの磁界の平均値をトレースすると近似理想磁化曲線が得られることが知られている。この理想磁化曲線は過去の磁

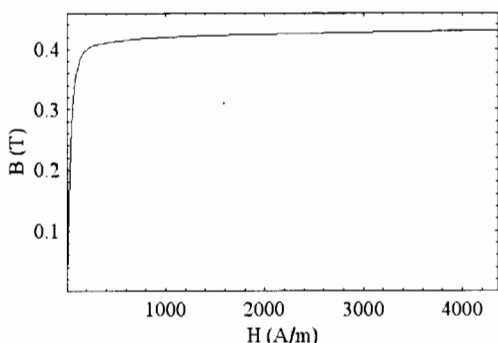


Fig. 1 Magnetization Curve Giving Permeability  $\mu$  (TDK H5A)

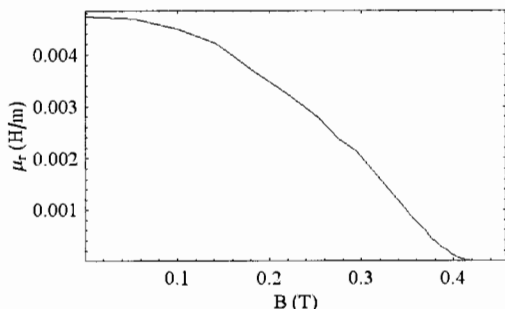


Fig. 2 Reversible Permeability  $\mu_r$  (TDK H5A)

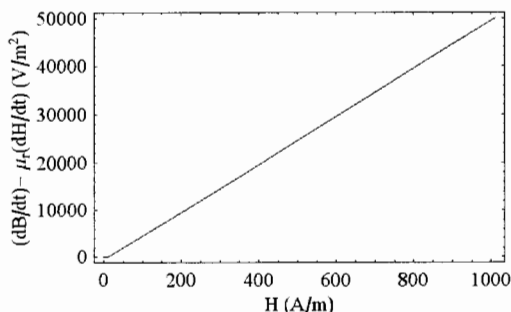


Fig. 3 Hysteresis Parameter  $s$  (TDK H5A)

化履歴を交流消磁して得られるため過去の磁化履歴に無関係である。

可逆透磁率  $\mu_r$  もまた、過去の磁化履歴に依存しないパラメータでなければならない。このため、過去の磁化履歴に無関係である理想磁化曲線測定時におけるマイナーループ、すなわち理想磁化曲線測定時に得られる増分透磁率を用いる。この増分透磁率を測定する場合、渦電流や表皮効果の影響を削減するため、極めて低周波の励磁電源を用いて測定する必要がある。

ヒステリシス係数  $s$  は、磁束密度  $B=0$  時のサーチコイル誘起電圧より  $dB/dt$ 、さらに電流より  $dH/dt$  を求めることで決定できる。すなわち、磁束密度  $B=0$  時の磁界  $H$  は、保磁力  $H_c$  に対応するから式(1)よりヒステリシス係数  $s$  は、

$$s = \frac{1}{H_c} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (2)$$

となる。結果として、励磁電圧を変化させ、磁束密度  $B=0$  時の  $dB/dt$  と  $dH/dt$  より、ヒステリシス係数  $s$  が求まる。また、 $\mu_r$  は  $B=0$  のとき最大となるため、式(2)でヒステリシス係数  $s$  を求める場合に使用する  $\mu_r$  の値は最大可逆透磁率である。

磁化特性モデルは、磁気履歴を表現しようとするものであり、モデルを構成するパラメータ自身が過去の磁化履歴に依存するようなものであってはならない。Figs.1-3 は実際に測定されたフェライトコア(TDK H5A)の Chua 型モデルのパラメータ  $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $s$  を与える曲線である。本論文ではこれらのパラメータを解析に用いる。

### 3 鉄共振回路の解析

#### 3.1 直列鉄共振回路

本論文の解析対象は、Fig.4 に示すように R-L-C 直列回路を構成するものである。

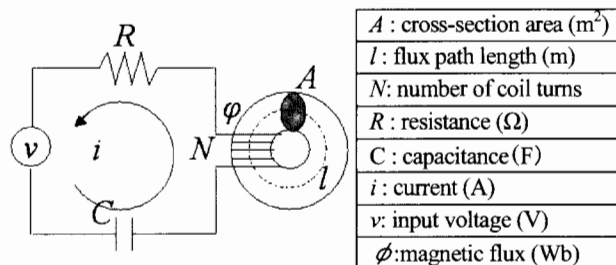


Fig.4 Single phase transformer composing a series ferroresonance circuit

式(1)の構成方程式を Fig.4 に示すリアクトルを構成するトロイダルコアの磁路  $l$  に沿って線積分することで、電流  $i$  と磁束  $\phi$  の関係式(3)を得る。

$$Ni + \frac{\mu_r}{s} N \frac{di}{dt} = \frac{l}{\mu A} \phi + \frac{l}{sA} \frac{d\phi}{dt}$$

Fig.4 に示す回路より、電流  $i$  とその時間微分  $di/t$  は以下の式(4), (5)でそれぞれ与えられる。

$$i = (v - N \frac{d\phi}{dt} - V_c) / R$$

$$\frac{di}{dt} = (\frac{dv}{dt} - N \frac{d^2\phi}{dt^2} - \frac{dV_c}{dt}) / R$$

式(4), (5)を電流  $i$  とその時間微分  $di/t$  を磁束  $\phi$  の関係式(3)に代入し、解くべき連立微分方程式(6), (7)を得る。

$$\frac{\mu_r N^2}{s R} \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{l}{\mu A} \phi - (\frac{N^2}{R} + \frac{l}{sA} + \frac{\mu_r N^2}{s CR^2}) \frac{d\phi}{dt}$$

$$+ (-\frac{N}{R} + \frac{\mu_r N}{s CR^2}) V_c + (1 - \frac{\mu_r N}{s CR^2}) v + \frac{\mu_r N}{s R} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dV_c}{dt} = (v - N \frac{d\phi}{dt} - V_c) / CR$$

式(6), (7)から式(8)の状態変数方程式が導かれる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

式(8)の非線形状態変数方程式へ時間刻み幅自動逐次修正型後方オイラー法を適用して解く[6]。

### 3.2 解析結果

Table1 に示す定数を用いて直列鉄共振回路の過渡解析を行った。ここで、コンデンサ容量  $C$  の決定法につ

$\mu$ : permeability (H/m)	Fig. 1
$\mu_r$ : reversible permeability (H/m)	Fig. 2
$s$ : hysteresis parameter( $\Omega$ /m)	Fig. 3
$A$ : cross-section area ( $m^2$ )	$48.0 \times 10^{-6}$
$l$ : flux path length (m)	$75.4 \times 10^{-3}$
$N$ : number of coil turns	100
$R$ : resistance ( $\Omega$ )	1.0
$C$ : capacitance (F)	$1.0 \times 10^{-6}$

Table 1 Parameters used in the computation

いて述べる。鉄共振現象は LC 共振に基づいているから共振する条件を勘案しなければならない。

本論文においては、以下の手順でコンデンサ容量  $C$  を決定した。

- 1)飽和領域に入る直前近傍の透磁率  $\mu$  を選ぶ
- 2)線形回路におけるインダクタンス  $L$  を求める
- 3)共振条件と励磁周波数からコンデンサ容量を決定する。

(4)

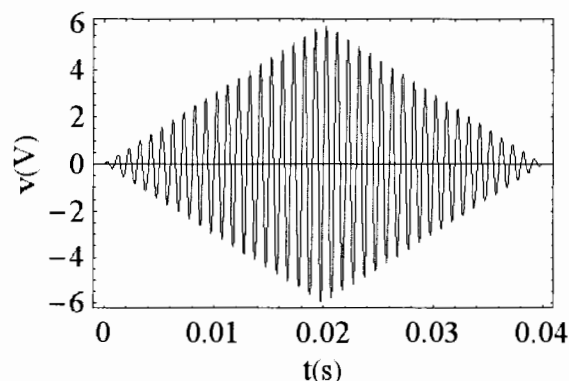


Fig.5 Applied Input Voltage

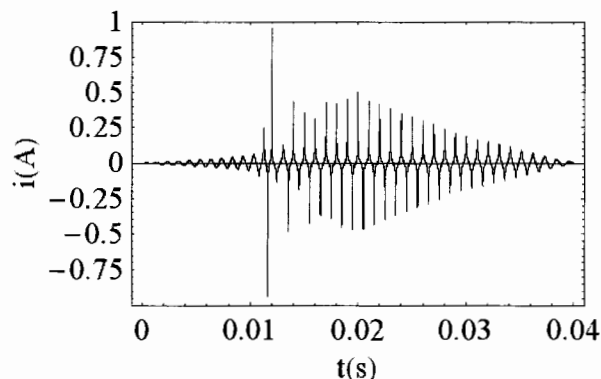


Fig.6 Current (computed)

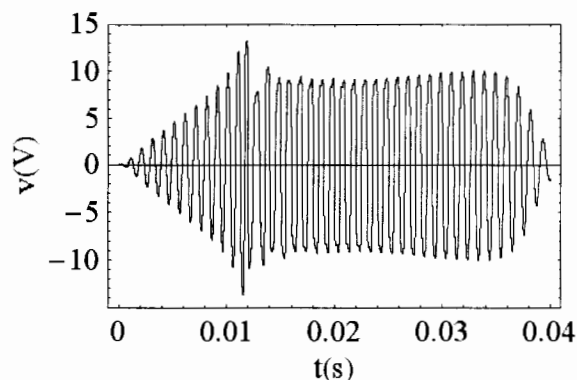


Fig.7 Terminal Voltage (computed)

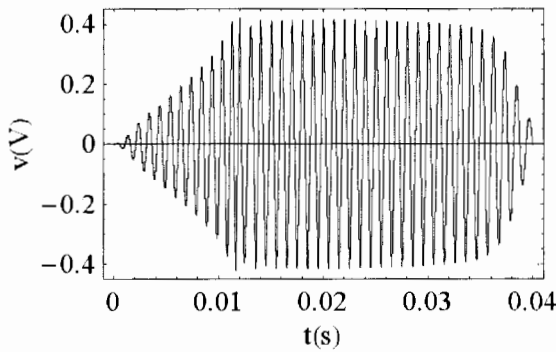


Fig.8 Flux Density (computed)

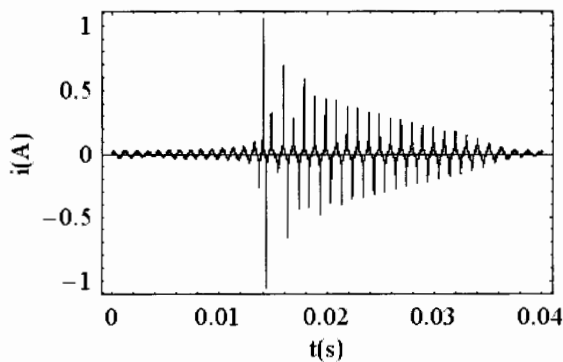


Fig.9 Current (Measured)

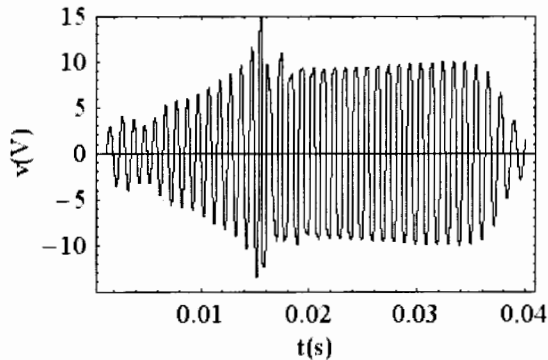


Fig.10 Voltage (Measured)

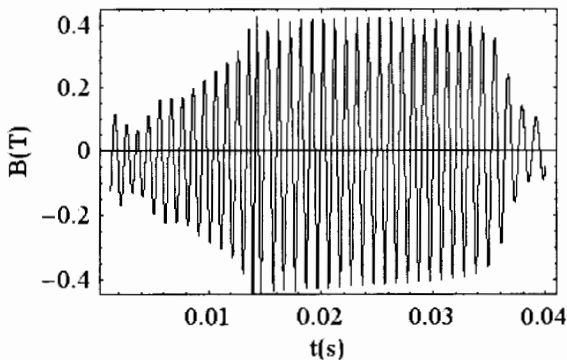


Fig.11 Flux Density (Measured)

Figs.5-8 はそれぞれ入力となる駆動電圧  $v$ , コイルに流れる電流  $i$ , コイルの端子電圧  $V_L$ , 磁束密度  $B$  の時間波形の計算結果である。入力電圧は、周波数 1kHz 一定とし、振幅を 0V から 6V まで徐々に増加させ、その後 0V まで減少させた波形である。Figs.6, 7 より、 $t=0.013$  s 付近で鉄共振現象が起こり、電流が急激に増加し、コイルの端子電圧はほぼ一定値を取っていることがわかる。また、Fig.8 より、鉄共振現象は、磁気飽和領域に達する近傍で開始し、飽和領域に達しなくなると終了していることがわかる。Figs.9-11 はそれぞれ、電流と端子電圧、磁束密度の実験値である。磁束密度は、高周波ノイズに対して加算平均処理で平滑化されたコイルの端子電圧を時間方向へ数値積分して求めた。Figs.6-8 の計算値と良く一致していることがわかる。また、鉄共振現象は、理想磁化曲線から計算される最大透磁率近傍で開始されるということからもこの計算結果は、妥当と考えられる。

Figs.12, 13 は、それぞれ鉄共振中のヒステリシスループの計算値と実験値を示す。Figs.14, 15 は、磁気飽和（回転磁化）領域に至る部分を拡大した図である。

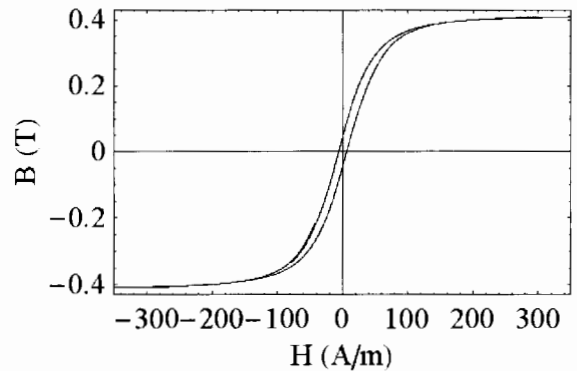


Fig.12 B-H loop (computed)

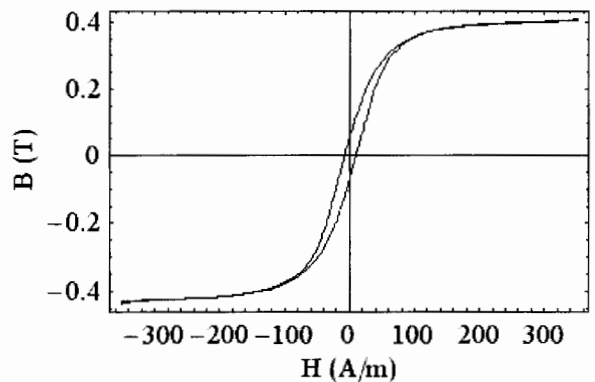


Fig.13 B-H loop (Measured)

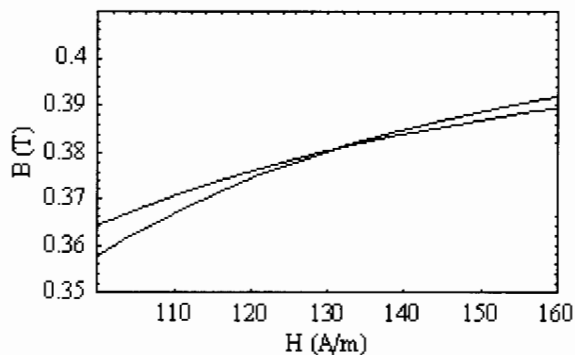


Fig.14 Enlarged B-H loop (computed)

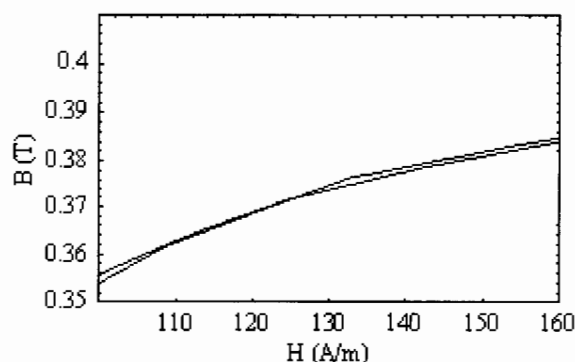


Fig.15 Enlarged B-H loop (Measured)

これらの結果から、磁気飽和領域に達すると、上昇曲線と下降曲線が反転したヒステリシスループが描かれることがわかる。

一般に、ヒステリシスループが囲む面積は単位体積あたりの鉄損に等しい。上下が反転したヒステリシスループは鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が系へ回生されることを意味する。よって、磁性体が磁化され、磁気飽和領域へ達すると、鉄損となるべきエネルギーの一部が系へ回生され鉄共振が開始する。そして、飽和領域に達しなくなると、回路に回生されるエネルギーがなくなり鉄共振が終了する。直列鉄共振現象は、入力電圧が減少しているにも拘わらず出力電流が一定値を維持する特徴を持っている。これは、磁性体の鉄損となるべきエネルギーの一部が回生し、入力エネルギーへ重畳することで共振の持続がなされると解釈される。

#### 4 結言

本論文では、Chua型磁化特性モデルを用いて、直列鉄共振現象の過渡解析を行い、鉄共振中の磁化特性の解析を行った。

その結果、磁化が飽和領域まで達すると鉄損となる

べき磁気エネルギーの一部が回路へ回生し、結果として、電源電圧の低下にも拘わらず共振の持続を促し、鉄共振現象を持続させると解釈可能であることを明らかにした。

(2008年10月23日受付, 2008年12月15日再受付,  
2009年1月30日再々受付)

#### 参考文献

- [1] 早野誠治, “磁性材用の構成方程式に関する研究”, 法政大学学位論文 (1995-1)
- [2] Y. Saito, M. Namiki, and S. Hayano, “A Magnetization Model for Computational Magnetodynamics”, *J. Appl Phys.*, Vol.69, No.8, pp.5684-5686, (1991-4)
- [3] Y. Saito, S. Hayano, and Y. Sakaki, “A Parameter Representing Eddy Current Loss of Soft Magnetic Materials and Its Constitutive Equation”, *J. Appl. Phys.*, Vol.64, No.10, pp.5684-5686(1988-11)
- [4] R.S.Varger, “Matrix Iterative Analysis”, Prentice-hall, NJ (1962)
- [5] 遠藤久, 早野誠治, 齋藤兆古, “可飽和インダクタンスを含む回路解析に関する考察”, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-02-139
- [6] 田中祐司, 齋藤兆古, “磁化特性のモデリングと電気機器可視化解析への応用”, 第15回MAGDAコンファレンス in 桐生 講演論文集, pp104-109, (2006-11)