



サンプルドパターン・マッチング法による 固気二相流 CT 画像の再構成*

武居 昌宏¹, 李 輝², 越智 光昭¹, 斎藤 兆古³, 堀井 清之⁴

Reconstruction of Solid-Air Two Phase Flow CT Images Using Sampled Pattern Matching Method

Masahiro TAKEI, Hui LI, Mitsuaki OCHI, Yoshifuru SAITO and Kiyoshi HORII

ABSTRACT

A new reconstruction method, which is called sampled pattern matching (SPM) method, has been applied to an ill-posed inverse problem of a capacitance-computed tomography for solid air two-phase flow. In pseudo two-phase flow images, the correlation of the reconstructed images by SPM is higher than those by a conventional Newton-Raphson iterative method by 32.5%. Moreover, in solid air two-phase flow images, the deviation between the particles void ratio by experimental capacitance and that by the reconstruction methods is calculated. As a result, the void ratio deviation of SPM reconstructed image is lower than that of NR method by 56.7%. Also, the time-mean correlation between the experimental capacitance and the capacitances from the reconstruction method is calculated. As a result, SPM method improves the correlation by 23.6% as compared with NR method. The accurate reconstruction of SPM results from an inner product calculation between the experimental capacitance and the capacitance from the reconstructed images as an evaluation function.

Keywords : Computed tomography, Solid-air two-phase flow, Image reconstruction, Sampled pattern matching method, Ill posed inverse problem

1. 緒 言

近年、管路内混相流の流動状態を非破壊非接触で可視化する手法として、コンピューティッド・トモグラフィ（CT）法¹が、広く用いられるようになってきた。固気二相流の分野では、比較的安価であるキャパシタンス CT が開発され²、流動層内の気泡合体³やバブル挙動の可視化⁴、空気輸送におけるリアルタイムなプラグ流の可視化⁵や粒子挙動の解析⁶などに適用された。このキャパシタンス CT は、多数の電極からなるセンサを管路外周に配置し、各電極間のキャパシタンスを 10 ms 程度の短時間で測定し、画像再構成法により管路断面の誘電率分布、すなわち、粒子と気体の分布を求めるもの

である。しかしながら、この測定キャパシタンスから誘電率分布を求める問題は、解の一意性が補償されていない不適切逆問題⁷であり、近似的な誘電率分布画像しか得ることができない。従来までこのキャパシタンス CT に用いられている不適切逆問題の解法は、LBP (Linear back projection) 法や最小ノルム法などの拘束条件をつけた方法、および、NR (Newton - Raphson) 法などの反復法が一般的に用いられている⁸。さらに最近では、NR 法を改良した MOR (Model-based reconstruction) 法⁹や ART (Algebraic reconstruction technique) 法¹⁰なども開発された。LBP 法は高速でリアルタイムな画像表示に適しているものの、再構成画像が非常に不明瞭となる欠点があった。また、NR 法はゲイン値を人為的に設定しないと反復解の収束が非常に遅く、または発散してしまうという欠点が存在した¹¹。したがって、人為的なパラメータの設定をしなくても正確な誘電率分布画像を得られ、このキャパシタンス CT のシステム方程式に対応したより精度の高い不適切逆問題の解法が求められている。このような状況において、筆者のひとりには、人為的なパラメータの設定が不必要なサンプルドパターン・マッチ

* 原稿受付 2002年2月27日

¹ 正会員 日本大学 理工学部 (〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)

² 正会員 鹿児島大学 工学部

³ 法政大学 工学部

⁴ 正会員 白百合女子大学 共通科目

ング法を新たに提案し, 生体内電流分布に関する不適切逆問題に応用した¹²⁾. サンプルドパターン・マッチング法は, 線形システム方程式の既知である入力ベクトルと, 反復演算から計算された出力ベクトルから求めた入力ベクトル間の内積演算を行い, その値が1.0に限りなく近づいたときの出力ベクトルを解とするものであり, 反復演算から得られた出力ベクトルの要素パターン (サンプルドパターン) が, 既知である入力ベクトルの要素パターンに限りなく一致するという大きな特徴がある.

本研究は, サンプルドパターン・マッチング (SPM) 法を, 固気二相流キャパシタンス CT の不適切逆問題の解法に適用するための基礎的研究として, 模擬画像および鉛直管内を自由落下する粒子分布の CT 画像とを用いて, SPM 法と従来法とを比較し, SPM 法の有用性を検討することを目的としている.

2. キャパシタンス CT センサ

Fig. 1 (A) (B) は本研究で用いたキャパシタンス CT センサの概略図であり, 管路外周に配置したセンサの内部は12個の測定電極から構成されている¹³⁾. センサ内の電極対はコンデンサとなり, 各電極間のキャパシタンスを測定する. 基準電極 i と検出電極 j 間のキャパシタンス $C_{i,j}$ は, ガウスの法則より,

$$C_{i,j} = -\frac{\epsilon_0}{V_c} \oint_{\Gamma_j} \epsilon(\mathbf{r}) \nabla V_i(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \quad (1)$$

であり, \mathbf{r} は管路断面内の位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y)$, $\epsilon(\mathbf{r})$ は管路断面位置 \mathbf{r} における比誘電率, ϵ_0 は真空誘電率, V_c は基準電極 i の印加電圧, $V_i(\mathbf{r})$ は i が基準電極であるときの管路断面位置 \mathbf{r} のポテンシャル, Γ_j は基準電極 i と検出電極 j 間の電気力線の及ぶ領域である. この式(1)において, ϵ_0 と V_c は既知, $C_{i,j}$ は測定値で既知であり, $\epsilon(\mathbf{r})$ と $V_i(\mathbf{r})$ は未知である. ここで, 位置 \mathbf{r} における粒子濃度と $\epsilon(\mathbf{r})$ とが線形関係であること, および, 粒子に帯電した電荷を, 感度 (センシティビティ) を重みとして, Γ_j の領域について線形結合した値が全電荷であることを仮定すれば, 式(1)の $\epsilon(\mathbf{r})$ を近似的に求めることができる. 具体的には, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ のみに粒子が存在し, 他の位置には空気のみが存在するとき,

$$\nabla \cdot [\epsilon(\mathbf{r}) \nabla V_i(\mathbf{r})] = 0 \quad (2)$$

のラプラス方程式を管路断面内で仮定する. このときの式(2)を FEM により離散化し境界条件により $V_i(\mathbf{r})$ の分布を求め, これを式(1)に代入して $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ のみに粒子が存在するときのキャパシタンス $C_{i,j}^{r_0}$ を求める. さらにその値から

$$\left. \begin{aligned} S_{i,j}^n &= \left(\frac{1}{\beta} \right) \frac{C_{i,j}^n - C_{i,j}^{air}}{C_{i,j}^{particle} - C_{i,j}^{air}} \\ \beta &= \left(\frac{D^2}{N_x N_y} \right) / \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

により, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ に粒子が存在するときのセンシティビティ値 $S_{i,j}^{r_0}$ を求める. ここで $C_{i,j}^{air}$ と $C_{i,j}^{particle}$ は, 管路をすべて空気が占有するときのキャパシタンスと, 管路をすべて粒子が占有するときのキャパシタンスである. 係数 β は管路断面積に対する1ピクセルの面積の比を表し, D は管路直径, N_x, N_y は Fig. 2 に示した通り, x 軸と y 軸の空間解像度である. このセンシティビティ値を各電極対におけるすべての離散値 \mathbf{r} について求めると, 結局, 未知の粒子分布のとき, $C_{i,j}$ は $S_{i,j}^r$ を重みとした $\epsilon(\mathbf{r})$ の線形結合で,

$$C_{i,j} = \sum_{\mathbf{r}=(1,1)}^{(N_x, N_y)} S_{i,j}^r \epsilon(\mathbf{r}) \quad (4)$$

となり, さらにこの式(4)は,

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}_e \mathbf{E} \quad (5)$$

の行列式で表現できる. ここで, \mathbf{C} は測定されたキャパシタンス列ベクトル, \mathbf{S}_e はそのセンシティビティ値をマップとしたセンシティビティマップ行列, \mathbf{E} は求める誘電率分布列ベクトルである. 12個の電極を用いると電極対の組み合わせは66通りであるので, \mathbf{C} は66個の要素をもつ. $N_x = N_y = 32$ とし, 管路断面を1024ピクセルの空間解像度で表現すると, \mathbf{E} は1024個の要素をもつ. センシティビティマップ行列 \mathbf{S}_e は 66×1024 行列となる. その \mathbf{S}_e 各要素は, 電極の印加電圧, 電極長さ, 電極厚さなどの CT 構造によって異なる. Fig. 3 は, 本研究で用

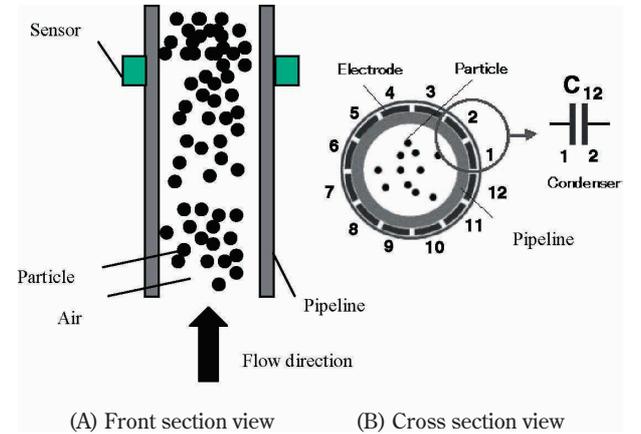


Fig. 1 Overview of capacitance tomography.

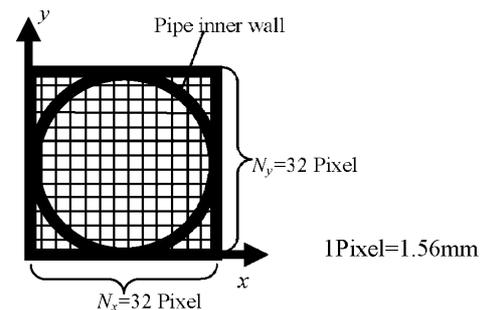


Fig. 2 Space resolution.

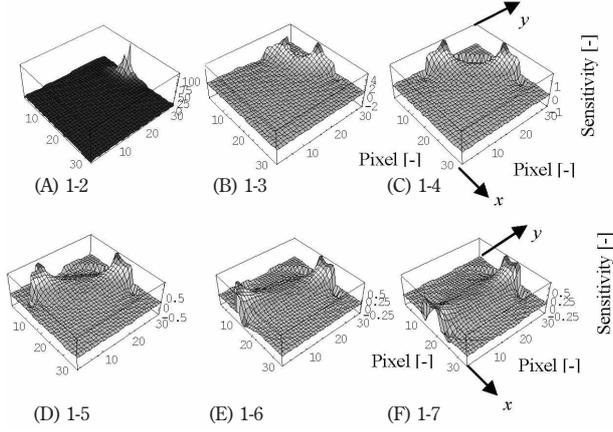


Fig. 3 Sensitivity map matrices.

(Standard electrode 1 - Reference electrode from 2 to 7)

いた CT センサのセンシティブリティマップ行列 \mathbf{S}_e における 1 行目から 6 行目までを、 32×32 要素の行列として、(A) から (F) に 3 次元表示したものである。式 (5) において、測定値 \mathbf{C} と既知 \mathbf{S}_e から未知 \mathbf{E} を求める画像再構成過程は、式数よりも未知数の方が多く \mathbf{E} の解の一意性が補償されない不適切逆問題となる。

3. サンプルパターン・マッチング法

3.1 サンプルパターン・マッチング法の特徴

サンプルパターン・マッチング (SPM) 法は、ノルムによるシステム方程式の正規化および評価関数によるマッチングの評価という 2 つの大きな特徴を持った反復法の一つで、人為的にゲインを設定することなく、画像を再構成できる。式 (5) より、キャパシタンス行列 \mathbf{C} は、 \mathbf{S}_e の i 番目の列行列 \mathbf{S}_{ei} と \mathbf{E} の i 番目の要素 \mathbf{E}_i とを用いて、

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}_e \mathbf{E} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{S}_{ei} \mathbf{E}_i) \quad (6)$$

と表される。ここで、 m は空間解像度 $m = 1024$ である。式 (6) を \mathbf{C} と \mathbf{S}_{ei} のノルムにより正規化すると、

$$\mathbf{C}' = \frac{\mathbf{C}}{|\mathbf{C}|} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\mathbf{S}_{ei}}{|\mathbf{S}_{ei}|} \frac{\mathbf{E}_i}{|\mathbf{C}|/|\mathbf{S}_{ei}|} \right) = \sum_{i=1}^m (\mathbf{S}_{ei}' \mathbf{E}_i') = \mathbf{S}_e' \mathbf{E}' \quad (7)$$

であり、ここで、 $||$ はノルムをあらわし、プライム「'」はそのノルムによる正規化をあらわす。例えば、 \mathbf{C} のノルムは、各要素 \mathbf{C}_i の二乗和の平方根であり、それは、

$$|\mathbf{C}| = \sqrt{\mathbf{C}_1^2 + \mathbf{C}_2^2 + \dots + \mathbf{C}_n^2} \quad (8)$$

である。ここで、 n は電極対の組み合わせ総数であり、 $n = 66$ である。

SPM 法のもうひとつの特徴である評価関数 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ は、 k 回反復後の再構成画像 $\mathbf{E}^{(k)}$ から求めたキャパシタンス $\mathbf{C}^{(k)}$ と、実験から得られたキャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ との内積演算、

$$f(\mathbf{E}^{(k)}) = \mathbf{C}^{(0)} \mathbf{C}^{(k)} \rightarrow 1.0 \quad (9)$$

であり、 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ が限りなく 1.0 に近づいたとき、すなわちサンプルベクトル $\mathbf{C}^{(k)}$ が実験値のキャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ と平行になったときの $\mathbf{E}^{(k)}$ を SPM 法の解とする。

3.2 反復解と評価関数

式 (7) より、実験で得られたキャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ からの LBP 法における初期画像を $\mathbf{E}^{(0)}$ とすると、それは、

$$\mathbf{E}^{(0)} \approx \mathbf{S}_e'^T \mathbf{C}^{(0)} \quad (10)$$

となる。ここで、 $\mathbf{S}_e'^T$ は \mathbf{S}_e' の転置行列であり、 $\mathbf{S}_e'^T \mathbf{S}_e'$ が単位行列にはならないので、 $\mathbf{E}^{(0)}$ は近似値となる。式 (10) の $\mathbf{E}^{(0)}$ を式 (7) の \mathbf{E}' に代入してノルムで正規化した $\mathbf{C}^{(1)}$ は、

$$\mathbf{C}^{(1)} = \frac{\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(0)}}{|\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(0)}|} \quad (11)$$

となる。 $\mathbf{C}^{(0)}$ と $\mathbf{C}^{(1)}$ のキャパシタンス誤差 $\Delta \mathbf{C}^{(1)}$ は、

$$\mathbf{C}^{(1)} = \mathbf{C}^{(0)} - \Delta \mathbf{C}^{(1)} = \mathbf{S}_e' \Delta \mathbf{E}^{(1)} \quad (12)$$

であり、したがって、誘電率分布誤差 $\Delta \mathbf{E}^{(1)}$ は、

$$\mathbf{E}^{(1)} \approx \mathbf{S}_e'^T \Delta \mathbf{C}^{(1)} \quad (13)$$

となる。式 (10) から式 (13) より、第 1 回目の反復解 $\mathbf{E}^{(1)}$ は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(1)} &= \mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{S}_e'^T \Delta \mathbf{C}^{(1)} \\ &= \mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{S}_e'^T \left(\mathbf{C}^{(0)} - \frac{\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(0)}}{|\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(0)}|} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

となる。したがって、 k 回目の反復解 $\mathbf{E}^{(k)}$ と $(k-1)$ 回目の反復解 $\mathbf{E}^{(k-1)}$ との関係は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(k)} &= \mathbf{E}^{(k-1)} + \mathbf{S}_e'^T \Delta \mathbf{C}^{(k-1)} \\ &= \mathbf{E}^{(k-1)} + \mathbf{S}_e'^T \left(\mathbf{C}^{(0)} - \frac{\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}}{|\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}|} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

式 (9) と式 (11) より、1 から $f(\mathbf{E}^{(k)})$ を引くと、

$$1 - f(\mathbf{E}^{(k)}) = 1 - \mathbf{C}^{(0)} \frac{\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}}{|\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}|} \rightarrow 0.0 \quad (16)$$

となり、さらに、 $\mathbf{C}^{(0)}$ を式 (16) の両辺にかけると式 (16) は、

$$\mathbf{C}^{(0)} - \mathbf{C}^{(0)} \mathbf{C}^{(0)} \frac{\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}}{|\mathbf{S}_e' \mathbf{E}^{(k-1)}|} \rightarrow \mathbf{O} \quad (17)$$

となる。ここで、 \mathbf{O} は零行列である。ノルムで正規化されているために $\mathbf{C}^{(0)} \mathbf{C}^{(0)} = 1.0$ であるので、式 (17) は

$$\mathbf{C}^{(0)} - \frac{\mathbf{S}_e^T \mathbf{E}^{(k-1)}}{|\mathbf{S}_e^T \mathbf{E}^{(k-1)}|} \rightarrow \mathbf{0} \quad (18)$$

となる。式(18)の左辺は、式(15)の反復解の $\Delta \mathbf{C}^{(k-1)}$ と同じであり、その反復解には評価関数 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ が含まれていることがわかる。

4. シミュレーション

管路断面の粒子分布を模擬的に仮定し、LBP法、NR法およびSPM法を用いて画像を再構成し、その画像相関を計算して各再構成法の精度について検討する。NR法の反復解は、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{*(k)} &= \mathbf{E}^{*(k-1)} + \Delta \mathbf{E}^{*(k-1)} \\ &= \mathbf{S}_e^T \mathbf{C}^{(0)} + g(\mathbf{I}_m - \mathbf{S}_e^T \mathbf{S}_e) \mathbf{E}^{*(k-1)} \end{aligned} \quad (19)$$

であり、ここで、

$$\mathbf{E}^{*(k)} = \frac{\mathbf{E}^{(k)} - \mathbf{E}_{\min}^{(k)}}{\mathbf{E}_{\max}^{(k)} - \mathbf{E}_{\min}^{(k)}} \quad (20)$$

$$\Delta \mathbf{E}^{*(k)} = \mathbf{E}^{*(k-1)} - \mathbf{E}^{*(k-1)}$$

である。「*」は正規化を示し、毎回の反復により、 $\mathbf{E}^{(k)}$ の最大ピクセル値である $\mathbf{E}_{\max}^{(k)}$ と最小ピクセル値である $\mathbf{E}_{\min}^{(k)}$ とを用いて $\mathbf{E}^{(k)}$ を正規化する。これらのピクセル値は、模擬粒子の管路断面位置における濃度を示す。式(19)において、 g はゲイン値を示す。NR法とSPM法の反復回数は共に1,000回とした。Fig. 4(1)はシミュレーションで用いた模擬画像であり、粒子が(a)中心に位置する場合、(b)管底に位置する場合、および(c)分散している場合を示す。一般的に固気二相流の粒子分布は、これらの三つの基本パターンが混在したものと考えられるので、本研究ではこれらの基本パターンのみを模擬粒子分布として取り上げる。ゲイン値は、粒子が(a)中心に位置する場合は0.0001、(b)管底に位置する場合は0.00144、(c)分散している場合は0.00195とし、このゲイン値のとき、反復画像において $\Delta \mathbf{E}^{*(k)}$ の値が0であることを確認した。

LBP法、NR法、およびSPM法で再構成した画像をFig. 4(2)~(4)に示す。(a)、(b)および(c)のすべての場合について、SPM法が元画像を定性的に最も正確に表していることがわかる。一例として(a)の粒子分布が中心の場合について、SPM法における評価関数の収束状況はFig. 5に示した通りである。評価関数の値がほぼ1.0であり、 $\mathbf{C}^{(k)}$ と $\mathbf{C}^{(0)}$ とがほぼ平行となり、 $\mathbf{C}^{(k)}$ と $\mathbf{C}^{(0)}$ の要素パターンがほぼ一致することがわかる。次に、再構成された各画像と元画像との画像相関、

$$C_L = \frac{\sum_{i=1}^m (\mathbf{E}_i - \bar{\mathbf{E}}_i)(\mathbf{E}_{oi} - \bar{\mathbf{E}}_{oi})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\mathbf{E}_i - \bar{\mathbf{E}}_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m (\mathbf{E}_{oi} - \bar{\mathbf{E}}_{oi})^2}} \quad (21)$$

を用いて、定量的に再構成画像の精度を評価した。ここで、 \mathbf{E}_j はFig. 4-(2)からFig. 4-(4)に示した再構成画像、

$\bar{\mathbf{E}}_i$ は \mathbf{E}_i の全要素の和をピクセル数で除した平均値、 \mathbf{E}_{oi} はFig. 4-(1)に示した元画像、 $\bar{\mathbf{E}}_{oi}$ はその平均値である。画像相関はTable 1に示した通りであり、この表からSPM法は全ての場合において画像相関が高く、例えば、(c)の粒子が分散している画像の場合、SPM法はLBP法

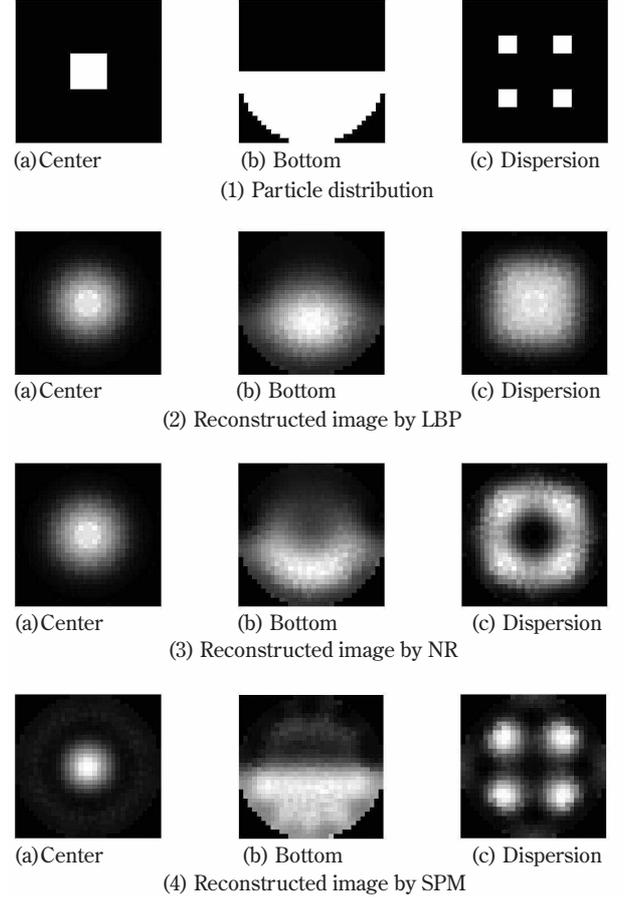


Fig. 4 Reconstructed Images.

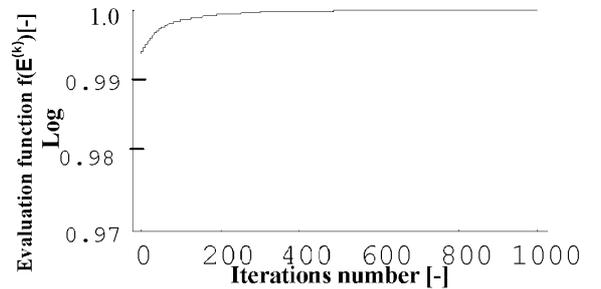


Fig. 5 Convergence process of the center image by SPM.

Table 1 Correlation between original image and reconstructed images.

	(a) Center	(b) Bottom	(c) Dispersion
LBP	0.67252	0.641716	0.283811
NR	0.665292	0.693903	0.457623
SPM	0.871533	0.834763	0.668431

と比較して画像相関を 135.4%，NR 法と比較して 46.1% 増加させることができた。また，(a)，(b)および(c)の三つの場合の平均画像相関については，SPM 法は LBP 法と比較して 65.0%，NR 法と比較して 32.5%増加させることができた。

5. 実験

5.1 実験装置・条件・方法

前述の模擬画像を用いたシミュレーションにおいて，SPM 法は NR 法や LBP 法と比較して，高精度で画像を再構成することができた。そこで，実際の垂直管内の自由落下粒子を用いて，SPM 法と NR 法の精度をさらに詳しく比較検討する。実験装置は Fig. 6 に示した通りであり，ホッパー，レーザータンク，鉛直管，キャパシタンス CT センサ，信号処理器，およびパーソナルコンピュータからなる。CT センサは内径 50.0 mm 長さ 2.0 m の鉛直管の下端に配置した。ホッパーから投入された粒子は自由落下し，レーザータンクで回収された。粒子はほぼ球形のポリエチレンペレットを用い，その平均粒子径は 3.26 mm，真密度は 910 kg/m^3 である。空気比誘電率は 1.0006 であり，ポリエチレンペレットの比誘電率は 2.3 である。この比誘電率の差から，ポリエチレンペレットにより多くの電荷が生じる。粒子質量流量は 0.624 kg/s ，粒子体積流量は $6.862 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ であった。1 フレームの画像再構成に必要な 66 組の電極対のキャパシタンス測定時間は， $\Delta t = 10.0 \text{ ms}$ とした。i 番目の電極対で測定されたキャパシタンス C_{mi} は，前述の C_{ij}^{air} と $C_{ij}^{particle}$ を用いて，

$$C_i = \frac{C_{mi} - C_{i,j}^{air}}{C_{i,j}^{particle} - C_{i,j}^{air}} \quad (22)$$

の通り正規化した。これらの C_{ij}^{air} と $C_{ij}^{particle}$ は，本実験を行なう前にあらかじめ測定し C_{mi} の較正值に用いた。

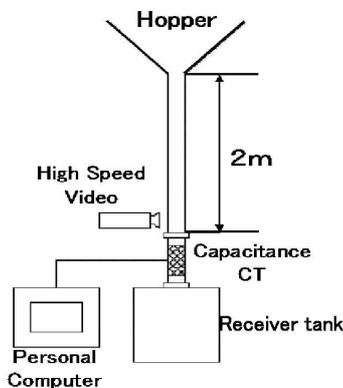
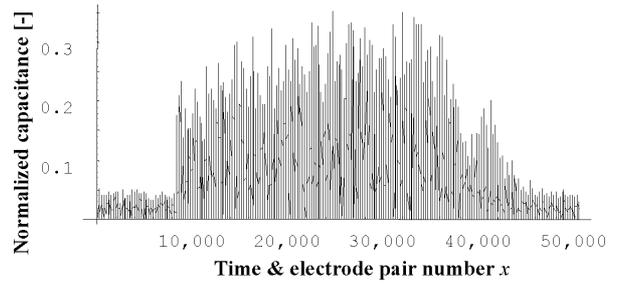


Fig. 6 Experimental equipment.

5.2 実験結果と再構成画像

Fig. 7 は粒子落下直後から $765\Delta t$ 時間 (= 7.65 秒間) におけるすべての電極対で測定された正規化キャパシタンスを示す。x 軸は基本的に時間を示し，より正確には，



(The quotient of $x/66 + 1$) $\times \Delta t$ is time.

(The modulo of $x/66 + 1$) is electrode pair number at the time.

Fig. 7 Capacitances of time and electrode pair number.

$(x/66 \text{ の商} + 1) \times \Delta t$ は時間を示し， $(x/66 \text{ の余り} + 1)$ はその時間の電極対番号を示す。本研究では粒子落下直後の粒子濃度が安定した $200 \Delta t$ から落下終了前の $550 \Delta t$ 時間において，その測定された正規化キャパシタンスから，NR 法と SPM 法とを用いて，誘電率分布画像を再構成した。本研究では NR 法と SPM 法ともに 30 回の反復回数とした。NR 法の画像精度はゲイン値に依存するので，NR 法のゲインは 30 回の反復回数時の再構成画像のピクセル平均エラー $\Delta E^{*(k)}$ が，0.0 になる値 $g = 0.005$ とした。

Fig. 8(a) は，一例として $251\Delta t$ ， $276\Delta t$ ， $301\Delta t$ ， $326\Delta t$ および $351\Delta t$ 時間における NR 法によって再構成された画像であり，Fig. 8(b) は，SPM 法によって再構成された画像である。ポリエチレンペレットでセンサ内を満たしたときの再構成画像の誘電率を 1.0，空気でセンサ内を満たしたときの再構成画像の誘電率を 0.0 で正規化し，固気二相状態の二次元誘電率分布を，その正規化した値を基準とした比で求めた。赤色は高い粒子濃度を示し，青色になるにしたがい粒子濃度が低くなる。この図より， $251\Delta t$ ， $301\Delta t$ および $351\Delta t$ の再構成画像については，NR 法と SPM 法との間で，誘電率分布の差異はあまり見られないが， $276\Delta t$ と $326\Delta t$ の再構成画像については，大きな差異が見られる。Fig. 9 は一例として $251\Delta t$ 時間における，SPM 法の評価関数 $f(E^{(k)})$ の値である。式 (9) で示

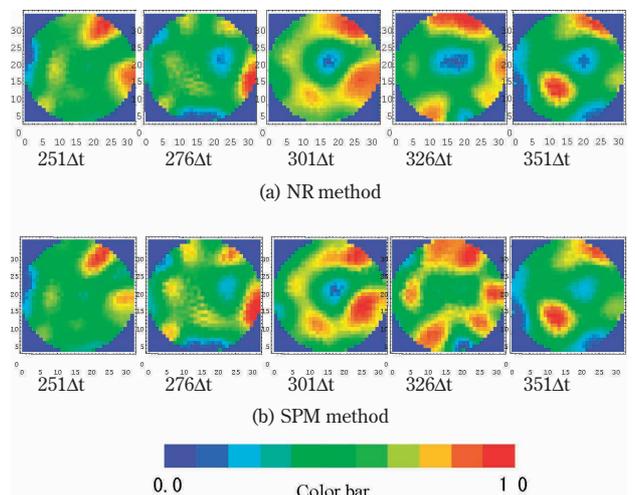


Fig. 8 Example of reconstructed images.

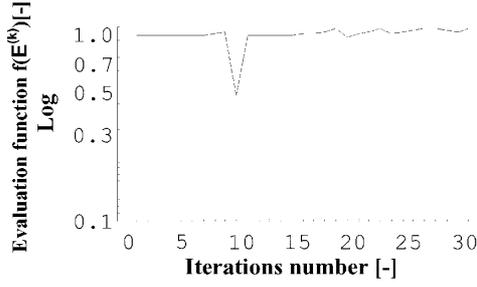


Fig. 9 Convergence process during iteration by SPM.

した実験キャパシタンス $C^{(0)}$ と再構成画像からのキャパシタンス $C^{(k)}$ との内積値は 0.978 であり, 1.0 に近づいていることがわかる。

6. 考 察

6.1 ボイド率による精度の検討

4. のシミュレーション結果から, SPM 法は, NR 法や LBP 法に比べて, 高精度に粒子濃度分布を再構成できる可能性があることがわかった。本考察では, 1) 実験キャパシタンスからのボイド率と再構成画像からの補正ボイド率とを比較することにより, さらに, 2) 再構成画像からキャパシタンスを計算し, 実験キャパシタンスとの時間相関を求めることにより, SPM 法と NR 法との精度を比較検討した。Fig. 7 に示した実験キャパシタンスから求めた, ある時間のボイド率 V_c は,

$$V_c = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i \right) \times 100 \quad [\%] \quad (23)$$

で表される。管断面すべてが空気で満たされるときのボイド率は 0%, 管断面すべてが粒子で満たされるときのボイド率は 100% となる。再構成画像から計算した, ある時間のボイド率 V_I は,

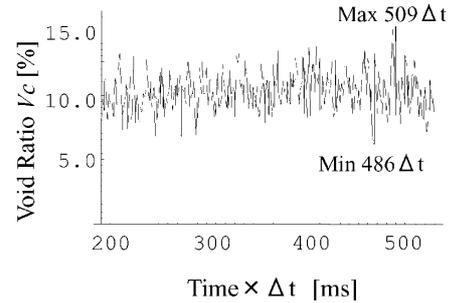
$$V_I = \left(\frac{k}{m} \sum_{i=1}^m E_i \right) \times 100 \quad [\%] \quad (24)$$

で表される。式(15)と(20)より, 再構成画像は正規化により相対値しか示さず, その再構成画像の全ピクセル値を加えても正しいボイド率にはならない。そこで, 再構成画像からのボイド率の時間平均値が, 実験キャパシタンスからのボイド率の時間平均値と等しくなるように, 補正係数 k の値を設定し, 再構成画像からのボイド率を補正した。そして, 式(23)と(24)から, 実験キャパシタンスからのボイド率と, 再構成画像からの補正ボイド率間の偏差の時間平均値を

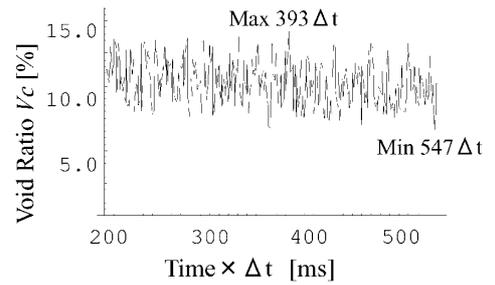
$$f_L = \frac{1}{(t_s - t_e)} \sum_{i=t_s}^{i=t_e} \sqrt{(V_{C_i} - V_{I_i})^2} \quad (25)$$

により求め, NR 法と SPM 法の精度を評価した。ここで, V_{C_i} は $i\Delta t$ 時間における実験キャパシタンスからのボイド率, V_{I_i} は $i\Delta t$ 時間における再構成画像からの補正ボイド

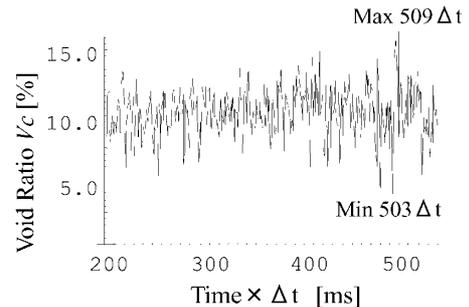
率である。 t_s は 200, t_e は 550 である。Fig. 10(a) は実験キャパシタンスからのボイド率の時間変化, Fig. 10(b) は NR 法からの補正ボイド率の時間変化, Fig. 10(c) は SPM 法からの補正ボイド率の時間変化である。またこれらの図中には, 最大値と最小値が表れる時間も示してある。Fig. 10(a) から, 実験キャパシタンスからのボイド率においては, その最大値と最小値の時間は $509\Delta t$ と $486\Delta t$ であった。Fig. 10(b) から, NR 法からの補正ボイド率においては, その最大値と最小値の時間は $393\Delta t$ と $547\Delta t$ であった。このことより, 各時間は大きく異なり, NR 法はあまり正確に再構成していないことが伺われる。一方, Fig. 10(c) から, SPM 法からの補正ボイド率においては, その最大値と最小値の時間は $509\Delta t$ と $503\Delta t$ であり, 最小値については異なるもののその最大値については, 実験キャパシタンスからのボイド率と同時間であった。このことは, SPM 法が精度良く再構成していることが伺われる。Table 2 は, 各方法の補正係数 k , 最大値, 最小値および偏差を示したものである。この Table 2 より, 実験キャパシタンスからのボイド率と SPM 法からの補正ボイド率間の偏差は 0.749 であり, 一



(a) Void ratio from experimental capacitances



(b) Void ratio from images calculated by NR



(c) Void ratio from images calculated by SPM

Fig. 10 Void ratio from experiment & images.

Table 2 Comparison of void ratio by each method.

	Coefficient $k[-]$	Mean void ratio [%]	Max value [%]	Min value [%]	Deviation $f_d[-]$
Capacitance	1.0	10.24	15.28	6.135	-
NR	0.2085	10.24	14.26	6.495	1.73
SPM	292.36	10.24	16.49	3.914	0.749

方, NR 法のそれは 1.73 であった. つまり, SPM 法は NR 法と比較して, 偏差を 56.7% 減少させることができ, このことは, SPM 法は NR 法よりも, 実際の粒子分布をより正確に再構成できたことを示す.

6.2 キャパシタンスの時間相関による精度の検討

SPM 法と NR 法の精度をさらに詳細に比較検討するた

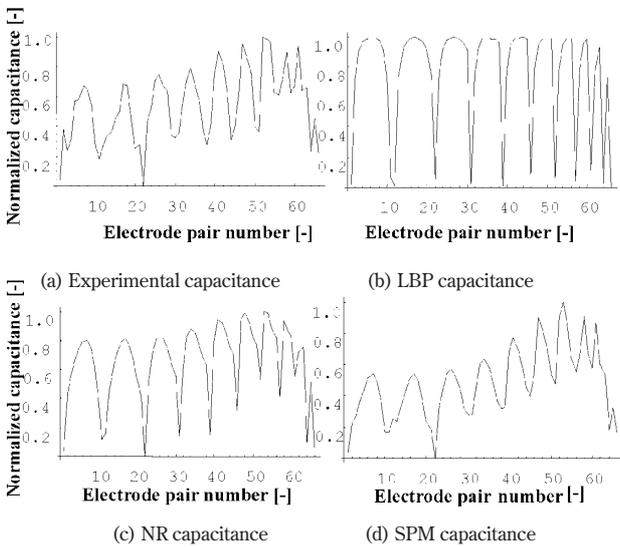


Fig. 11 Capacitances from experiments and reconstructed images.

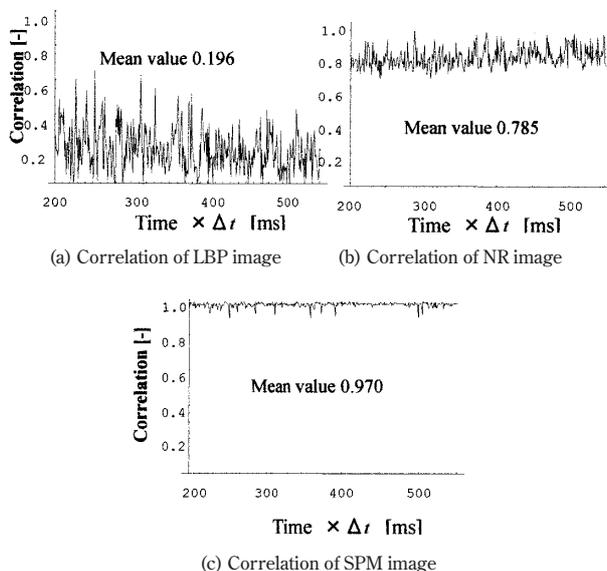


Fig. 12 Correlation between experimental capacitance and capacitances from reconstructed images.

めに, NR 法と SPM 法の再構成画像からキャパシタンスを計算し, 実験キャパシタンスとの時間相関を求めた. Fig. 11 (a) から (d) は, 一例として 200 Δt 時間における, 実験キャパシタンス, LBP 法による再構成画像からのキャパシタンス, NR 法による再構成画像からのキャパシタンス, および, SPM 法による再構成画像からのキャパシタンスを, 電極対番号を横軸として示したものである. 各キャパシタンスとも, 比較を容易にするために, 最大値 1.0 と最小値 0.0 とで正規化してある. Fig. 11 (a) と (b) とを比較すると, LBP 法による再構成画像からのキャパシタンスは, 実験キャパシタンスにほとんど一致しない. Fig. 11 (a) と (c) (d) とを比較すると, NR 法による再構成画像からのキャパシタンスは, 多少は実験キャパシタンスに近づき, SPM 法による再構成画像からのキャパシタンスは, 実験キャパシタンスに非常に良く一致することがわかる. 実験キャパシタンスと各再構成画像からのキャパシタンス間の時間相関は, Fig. 12 に示した通りであり, 全時間について, SPM 法によるキャパシタンスの相関は, LBP 法や NR 法と比較して, 非常に高い値を示す. より詳細には, SPM 法によるキャパシタンスの時間平均相関は 0.970 で, LBP 法と NR 法のそれは 0.196 と 0.785 である. つまり, SPM 法は LBP 法と比較して, キャパシタンスの時間平均相関を 395% 増加させ, NR 法と比較して, 23.6% 増加させた. このことは, SPM 法は LBP 法や NR 法よりも, 実際の粒子分布をより正確に再構成できたことを示す. その理由として, SPM 法は式 (9) における $C^{(0)}$ と $C^{(k)}$ 間の内積値である評価関数を反復解内部に備え, その評価関数を 1.0 に限りなく近づけたために, $C^{(0)}$ の要素パターンと $C^{(k)}$ の要素パターンとがマッチングを取りながら画像を再構成したことに起因する. しかしながら, LBP 法や NR 法は評価関数を持たず, 再構成画像における $\Delta E^{*(k)}$ の値が 0 であっても, $C^{(0)}$ の要素パターンと $C^{(k)}$ の要素パターン間のマッチングの補償は, 反復時に存在しない. 以上の考察から, SPM 法は固気二相流 CT 画像の再構成に適した再構成方法であることがわかる.

7. 結 言

固気二相流キャパシタンス CT の不適切逆問題の解法に, SPM 法を適用し, 次の結論を得た.

- 1) 模擬画像を用いたシミュレーションにおいて, SPM 法は従来法に対して再構成画像の精度を向上させた.

具体的には、粒子が管路断面中心に位置する画像、管底に位置する画像、および、分散している画像について、SPM 法は NR 法に対して平均画像相関を 32.5%増加させ、LBP 法に対して 65.0%増加させた。

- 2) 実験キャパシタンスから求めたボイド率と再構成画像から求めた補正ボイド率間の時間平均偏差を計算した。その結果、SPM 法に対する時間平均偏差は 0.749 であり、NR 法の時間平均偏差は 1.73 であり、SPM 法は NR 法と比較して時間平均偏差を 56.7%低下させた。このことは、SPM 法の再構成画像がより高精度であることを意味する。
- 3) 実験キャパシタンス $C^{(0)}$ と再構成画像からのキャパシタンス $C^{(k)}$ 間の時間平均相関を計算した。その結果、SPM 法に対する時間平均相関は 0.970 であり、NR 法の時間平均相関は 0.785 であり、SPM 法は NR 法と比較してキャパシタンスの時間平均相関を 23.6%増加させた。このことは、SPM 法は評価関数を反復解内部に備え、 $C^{(0)}$ と $C^{(k)}$ の内積を 1.0 に限りなく近づけたために、 $C^{(0)}$ の要素パターンと $C^{(k)}$ の要素パターンとがマッチングを取りながら画像を再構成したことに起因する。

本研究を行なうにあたり、英国マンチェスター工科大学 (UMIST) の Dr. Tomsz Dyakowski と英国 PTL 社の Mr. Malcolm Byars に多大なるご助言を頂きました。さらに、本研究の実験を行なうにあたり、日本大学理工学部機械工学科大学院生、梅津敏之君にお手伝いいただきました。ここに感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 例えば、岩井喜典, 齋藤雄督, 今里悠一: 医用画像診断装置, コロナ社 (1988).
- 2) Huang, S.M., Plaskowski, A.B., Xie, C.G. and Beck, M.S.: Tomographic imaging of two-component flow using capacitance sensors, *J. Phys, E: Sci, Instrum*, Vol. 22 (1989) pp. 173-177.
- 3) Halow, J.S. and Nicoletti, P.: Observations of fluidized bed coalescence using capacitance imaging, *Powder Technology*, Vol. 69 (1992) pp. 255-277.
- 4) Wang, S.J., Dyakowski, T., Xie, C.G., Williams, R.A., and Beck, M.S.: Real time capacitance imaging of bubble formation at the distributor of a fluidized bed, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 56, No. 3 (1995) pp. 95-100.
- 5) Dyakowski, T., Luke, S.P., Ostrowski, K.L. and Williams, R.A.: On-line monitoring of dense phase flow using real time dielectric imaging, *Powder Technol*, Vol. 104 (1999) pp. 287-295.
- 6) Ostrowski, K.L., Luke, S.P., Bennett, M.A. and Williams, R.A.: Real time visualization and analysis of dense phase powder conveying, *Powder technology*, Vol. 102 (1999) pp. 1-13.
- 7) 例えば、数理科学 特集「逆問題のひろがり」, サイエンス社, No. 403 (1997).
- 8) Isaksen, O.: A review of reconstruction techniques for capacitance tomography, *Measurement science & technology*, Vol. 7, No. 3 (1996) pp. 325-337.
- 9) Isaksen O. and Nordtvedt J.E.: A new reconstruction algorithm for process tomography, *Measurement science & technology*, Vol. 4 (1993) pp. 1464-1475.
- 10) Reinecke, N. and Mewes, D.: Resolution enhancement for multi-electrode capacitance sensor, *Proc. 3rd ECAPT Conf.* (European concerted action on process tomography), Porto, (1994) pp. 22-26.
- 11) Liu, S, Fu, L and Yang, W.Q.: Comparison of three image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography, *Proc. 2nd world congress on industrial process tomography*, Honover, Germany (2001) pp. 29-34.
- 12) 早乙女英夫, 橘田和泰, 早野誠治, 齋藤兆古, Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定, 電気学会論文集 C, 113 巻, No. 1 (1993) pp. 69-76.
- 13) Yang, W.Q.: Hardware design of electrical capacitance tomography systems, *Measurement science & technology*, Vol. 7, No. 3 (1996) pp. 225-232.