



MEMSせん断応力イメージチップと離散ウェーブレットによる 乱流境界層せん断応力の可視化*

木村 元昭¹, 武居 昌宏¹, Chih-Ming HO², 李 輝³, 斎藤 兆古⁴, 堀井 清之⁵

Visualization of Shear Stress in Turbulent Boundary Layer with MEMS Shear Stress Imaging Chip and Discrete Wavelets

Motoaki KIMURA, Masahiro Takei, Chih-Ming HO, Hui LI, Yoshifuru SAITO and Kiyoshi HORII

ABSTRACT

Stripe structure in turbulent boundary layer has been clearly visualized by a combination of a shear stress imaging chip using MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) and discrete wavelets transform. In details, the structure in lower Reynolds number is shown clearly on the lower frequency wavelets level, the structure in high Reynolds number is done clearly on the higher frequency wavelets level. The MEMS shear stress sensor is designed and fabricated by surface micromachining technology, contributing to obtaining the time-space two dimensional shear stress data. The discrete wavelets transform is a software technique to decompose the frequency level with the time and space information of the wave. The experiments for shear stress distribution were carried out on $Re = 6960, 12180$ and 17400 .

Keywords: Turbulent boundary layer, MEMS, Shear stress sensor, Discrete wavelet transform

1. 緒 言

従来より、乱流境界層内の縞構造は壁面近傍の支配的な流れ構造であることから可視化、実験および数値計算による研究が精力的に進められている¹⁾⁻⁵⁾。ところが、レイノルズ数が高くなるに従いその縞構造は小さくなるために、その可視化には高い空間分解能と周波数応答が必要となり、従来のセンサでは測定が困難であった。このような現状に対して、米国のUCLAとCaltechでは乱流境界層のせん断応力制御を念頭において、マイクロマシン技術(MEMS: Micro Electro Mechanical Systems)によるセンサ、アクチュエータおよび電子回路を一体化した制御システムの設計製作を行っており、壁面せん断応力縞構造の時間空間准2次元分布という高精度な可視化に成功している⁶⁾。しかしながら、このようなMEMSせん断応力イメージチップから可視化されるせん断応力分布は、様々な周波数成分を合成した積分値であり、さらなる詳細な縞構造の解析においては、統計的手法や周波数解析といった新しい解析手法が必要であることは言うまでもない。著者らは、その統計的手法として、せん断応力縞構造波形のスロープと最大値との相関関係を明らかにし、詳細な縞構造の解析を行った⁷⁾。一方、周波数解析については、フーリエ変換を行うことが常套手段では

あるが、時間空間的に准2次元平面で得られるせん断応力分布の特異性の検出や特徴抽出には、さらなるデータ解析の工夫が必要であろう。

このような状況において、最近になって時間空間情報を残したまま周波数特性を得ることで、特徴抽出の強力な手段としてウェーブレット解析が注目を集めており⁸⁾、流体力学分野における乱流構造の解析、電磁気学分野における波形の解析など、あらゆる波形の解析に用いられてきた。例えば、流体力学の分野では、石川と木谷らが、Morlet関数やMexican hat関数を用いて、乱流後流の渦構造を解析し⁹⁾、田畑と李らが、修正Mexican hatウェーブレットを用いて、拘束噴流内の二次元流れを可視化した¹⁰⁾。さらに、Liらは、ウェーブレット相関を提案し、噴流の渦構造を明らかにした¹¹⁾。そして、これらの波動解析においては、連続ウェーブレットが使われているのが一般的である。一方、電磁気学の分野においては、著者の一人の斎藤は、正規直交系である離散ウェーブレットを電磁界計算へ応用し¹²⁾、ノイズフィルタ評価に適用した¹³⁾。さらに、著者らは、離散ウェーブレットの特徴の一つである正規直交系の多重解像度解析を噴流の解析に適用した¹⁴⁾。

このような連続ウェーブレット解析や離散ウェーブレット解析が、波動解析に多用されてきているものの、その准2次元せん断応力画像に対しては、その適用がまったくなされていない。本研究においては、MEMSせん断応力イメージチップにより、乱流境界層内のせん断応力を、時空間の准2次元的に測定し、その准2次元データに離散ウェーブレット変換を施し、せん断応力縞構造のより詳細な可視化を行うことを目的としている。

* 原稿受付 1999年11月30日

¹ 正会員 日本大学理工学部

² 非会員 University of California Los Angeles

³ 正会員 鹿児島大学工学部

⁴ 正会員 法政大学工学部

⁵ 正会員 白百合女子大学共通科目

2 . 離散ウェーブレット変換

離散ウェーブレット変換の行列表現は,

$$S = WX \quad (1)$$

で表わせ, Sはウェーブレットスペクトラム, Wはアナライジングウェーブレット行列, Xは入力データである. Wは次の行列Cを基本として, カスケードアルゴリズムにより求めることができる. その行列Cは, 4次のDaubechies関数の場合,

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & c_3 - c_2 & c_1 - c_0 & \cdot & \cdot \\ c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & c_0 & c_1 \\ c_1 - c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & c_3 - c_2 & \cdot \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} c_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \end{matrix} \quad (2)$$

$$c_3 - c_2 + c_1 - c_0 = 0 \quad (3)$$

$$0 c_3 - 1 c_2 + 2 c_1 - 3 c_0 = 0 \quad (4)$$

であり, ここで, $C^T C = I$, Iは単位行列, C^T はCの転置行列である. 式(2)の行列Cの1行目はスケーリング係数であり, 2行目はウェーブレット係数である. 4次のDaubechies関数は, 各行に4個の係数をもち, 第1行目は, c_0, c_1, c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの和の演算である. 第2行目は c_0, c_1, c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの差の演算である. 3行目は1行目を2ステップ移動したもので, 4行目は2行目を2ステップ移動したものである. 式(3)と(4)より, 入力行列の各要素が一定または単調増加である場合には 変換された値は0になる.

行列CからWを求めるカスケードアルゴリズムについて, 説明を容易にするために, 入力行列Xは,

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16}]^T \quad (5)$$

のように1次元16要素からなるものとする.

式(2)と(5)より, 変換行列X'は,

$$x' = C_{16} X = [s_1 \ d_1 \ s_2 \ d_2 \ s_3 \ d_3 \ s_4 \ d_4 \ s_5 \ d_5 \ s_6 \ d_6 \ s_7 \ d_7 \ s_8 \ d_8]^T \quad (6)$$

となり, C_{16} は 16×16 のC行列である. この式(6)で要素 s は和の演算を行ったものを示し, 要素 d は差の演算を行ったものを示す.

次に, 要素位置を入れ替える行列 P_{16} によってX'の要素の順番を前半を s に後半を d に変換する.

$$P_{16} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$P_{16} X' = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6 \ s_7 \ s_8 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (8)$$

さらに, 式(8)に対して, CとP行列によって変換を続ける. すなわち,

$$W^{(2)} X = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (9)$$

$$S = W^{(3)} X = [S_1 \ S_2 \ D_1 \ D_2 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (10)$$

の演算を施す. ここで,

$$W^{(2)} = (P_{16} C_{16})(P_{16} C_{16}) \quad (11)$$

$$W^{(3)} = (P_{16}' C_{16}')(P_{16} C_{16})(P_{16} C_{16}) \quad (12)$$

$$P_{16}' = \begin{bmatrix} P_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} C_{16}' = \begin{bmatrix} C_8 & 0 \\ 0 & I_8 \end{bmatrix} P_{16}'' = \begin{bmatrix} P_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} C_{16}'' = \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ 0 & I_{12} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$W^{(3)}$ は式(1)のアナライジングウェーブレット行列Wである. 式(9)において, S_i は式(8)における s_i から s_i までの重みを付けた和を示す. S_i は s_i から s_i までの重みを付けた和を示し, D_i は式(8)における s_i から s_i までの重みを付けた差を示す. 式(10)で, S_i は式(9)における S_i から S_i までの重みを付けた和を示し, D_i は式(9)の S_i から S_i までの重みを付けた差を示す. 式(10)から, 離散ウェーブレット逆変換は,

$$X = [W^{(3)}]^T S \quad (14)$$

$$[W^{(3)}]^T = [(P_{16}' C_{16}')(P_{16} C_{16})(P_{16} C_{16})]^T = C_{16}^T P_{16}^T (C_{16})^T (P_{16})^T (C_{16}')^T (P_{16}')^T \quad (15)$$

となり, 式(14)から, 多重解像度は,

$$X = [W^{(3)}]^T S_0 + [W^{(3)}]^T S_1 + [W^{(3)}]^T S_2 + [W^{(3)}]^T S_3 \quad (16)$$

となる. ここで,

$$\begin{aligned}
 S_0 &= [S_1 \ S_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\
 S_1 &= [0 \ 0 \ D_1 \ D_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\
 S_2 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\
 S_3 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (17)
 \end{aligned}$$

である．以上から，入力行列の要素数が16で4次のDaubechies関数を用いた場合，多重解像度は，レベル0からレベル3まで存在する．

2次元離散ウェーブレットスペクトラムSは，縦方向のウェーブレット変換について， n 行 m 列 X の左から n 行 n 列の W_n を掛け算して求め，横方向のウェーブレット変換について， X の右から m 行 m 列の W_m の転置行列 W_m^T を掛け算することで求められ，そのSは，

$$S = W_n X W_m^T \quad (18)$$

で表される．ここで， W_n^T は W_n の転置行列を示す．この離散ウェーブレット逆変換は式(18)の左右から掛け算した変換行列を単位正方行列とすればよいので，

$$X = W_n^T S W_m \quad (19)$$

で表される．

Fig.1に示したように，一般的に，入力行列の要素が 2^k で k 次のDaubechies関数を用いた場合，式(8)から式(15)までに示した演算において，変換された和の要素の数が k より小さくなるまで m 回繰り返し，和と差の演算が続けられる．本研究においては，アナライジングウェーブレットとして上記に説明した4次のDaubechies関数の代わりに，16次のDaubechies関数を用いた．その基本行列Cの1行目のスケーリング係数 および2行目のウェーブレット係数は16個の係数からなり，それらの係数の値は，Fig.2 (A)(B)に示した通りである．すなわち，ウェーブレット変換は，上記のアルゴリズムにより，ウェーブレット係数からなる基本波に対して，そのスケール変換および時間空間シフトを行い，多数のスケールおよび時間空間が異なる波形から構成されるアナライジングウェーブレットを用いて，入力波形を変換するものである．この16次のDaubechies関数も，4次のDaubechies関数と基本的な性質は同様であり， $C^T C = I$ ，すなわち，正規直交の関係が存在する．

本研究では後述の通り，空間軸のデータ個数32個（疑似空間も含めた全空間9.6mm），時間軸のデータ個数512個（測定全時間51.2ms）を対象にしており，アナライジングウェーブレットとして16次のDaubechies関数を用いた場合，その多重解像度のウェーブレットレベルは，空間軸に対しては，

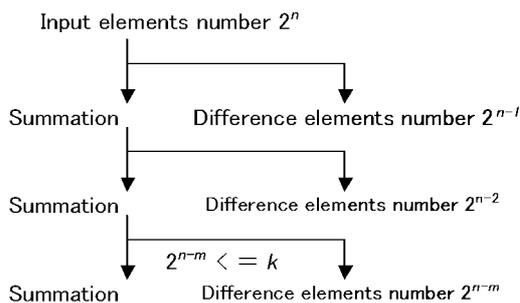
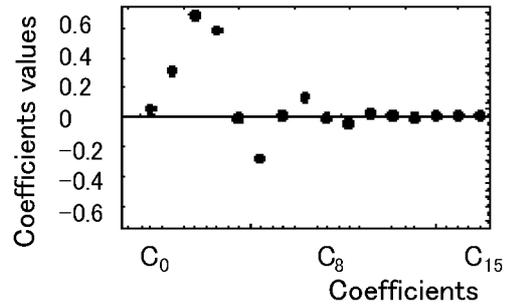
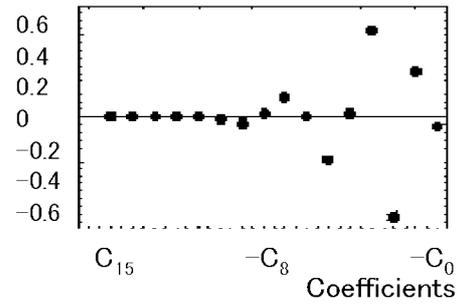


Fig.1 Algorithm of discrete wavelets transforms.



(A) Scaling coefficients



(B) Wavelets coefficients

Fig.2 Coefficients of Daubechies function of 16th order.

レベル0からレベル2まで，時間軸に対しては，レベル0からレベル6まで分解できる．すなわち，空間軸に対して3段階，時間軸に対して7段階のフィルタリングを行ったことになる．この場合のアナライジングウェーブレットの空間座標に対するフーリエ変換の絶対値は，Fig.3に示した通りである．その時間座標に対するフーリエ変換の絶対値は，Fig.4に示した通りであり，Fig.4では横軸は対数で表現している．各レベルは，入力データに対して，これらの図に示した周

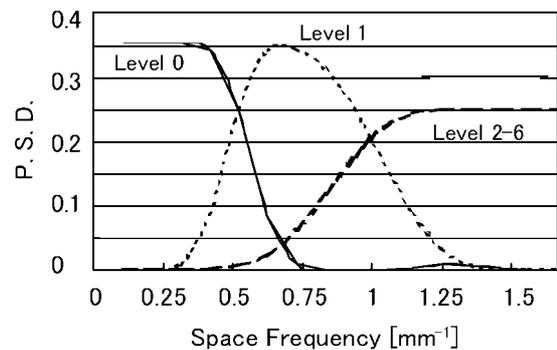


Fig.3 Space frequency of Daubechies function of 16th order.

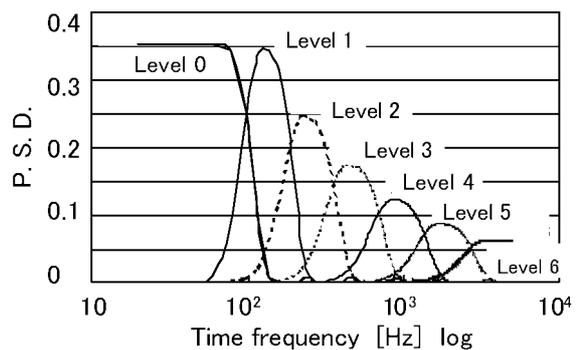


Fig.4 Time frequency of Daubechies function of 16th order.

波数帯域を通過させる一種のフィルタリングの役割を果たしている。

3. 実験

3.1 MEMSせん断応力イメージチップ

測定に用いたMEMSせん断応力イメージチップの拡大図をFig.5に示す。チップ上には25個のせん断応力センサが並ぶ列が3列、5個のセンサが並ぶ列が2列の計85個のセンサ群から構成されている。更にせん断応力イメージチップを構成する個々のMEMSせん断応力センサ¹⁵⁾は、Fig.6に示したように、ポリシリコン製の抵抗体で、長さ150 μm 、幅3 μm 、厚さ0.45 μm の線状ホットフィルム型である。各センサは厚さ1.2 μm 、200 μm ×200 μm の正方形の窒化シリコン板上に位置している。断熱のために下部に厚さ2 μm の真空空洞があり、センサから壁面への熱伝導が減少し、センサ感度が顕著に向上するよう工夫が施されている¹⁶⁾。隣り合うセンサの間は100 μm で、それらのセンサ中心間隔は300 μm である。各センサは定温度型熱線流速計と同様の回路を用い加熱比1.1で作動する。センサの較正は時間平均出力を圧力勾配より得られる時間平均せん断応力と比較することにより行った。センサ出力感度は1.0 V/Pa、周波数応答は矩形波により測定された。

3.2 センサの較正と温度補償

定常状態で作動するせん断応力センサは、ポリシリコン抵抗体に通電したときのジュール熱が、強制対流により壁面近傍の流体に伝達する熱流束を測定することにより、二次的に壁面せん断応力を求めるものである。熱流束と壁面せん断応力の関係は、

$$i^2 R^2 = (T_f - T)(A + B\tau^{1/3}) \quad (20)$$

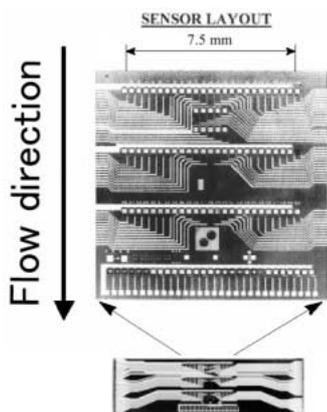


Fig.5 A surface shear stress imaging chip.

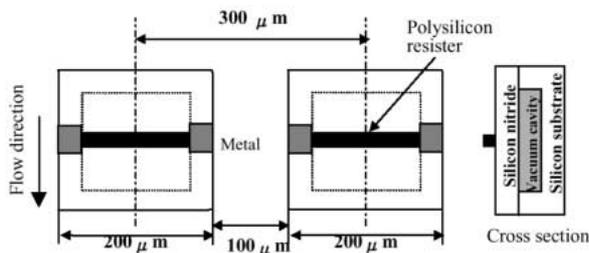


Fig.6 Schematic top view of the micro shear stress sensor.

である。ここに、 T_f は熱せられたセンサ温度、 T は被測定流の温度であり、 R はセンサの抵抗値、 i はセンサを流れる加熱電流である。また、 A と B は実験定数である。ここでは、壁面せん断応力と出力電圧値の関係を明らかにするために次の2つの方法を用いた。始めに、チャンネル風洞の乱流に発達した領域の壁面せん断応力と圧力勾配には、

$$dP_x/dx = -2\tau/h \quad (21)$$

の関係がある。ここで、 P_x は局部静圧力、 x は流れ方向距離、 h はチャンネル風洞の高さである。チャンネル中心速度8m/sから20m/sの範囲で、圧力とセンサの出力電圧を測定した。ここで、被測定流体の温度 T が一定とすると、壁面せん断応力は出力 E_0 に関する6次多項式、

$$\tau = a_0 + a_1 E_0 + \dots + a_6 E_0^6 \quad (22)$$

で示すことができる。ここに、 a_0, a_1, \dots, a_6 は較正定数である。この定数はチャンネル風洞で較正される。すなわち、乱れが十分に発達した位置での風洞壁面に、センサ受感部を壁面と同一平面になるように設置し、風洞の主流速度とセンサの出力電圧との関係を調べる。他の方法は、完全に発達したチャンネル乱流でのレイノルズ数と壁面せん断応力の関係は、Hussainら¹⁷⁾の実験によれば、

$$u_\tau/u_\infty = 0.1079 Re^{-0.089} \quad (23)$$

$$\tau = u_\tau^2 \rho \quad (24)$$

で表すことができる。ここに、 u_τ は摩擦速度、 u は主流速度、 Re は主流レイノルズ数、 ρ は空気密度である。始めに流れ方向の圧力勾配を測定し、式(21)により壁面せん断応力を算出した。さらに、式(23)と式(24)を用いて壁面せん断応力を再度求めた。両方法で得られたせん断応力値は同等な値を示した。

式(22)において、測定流体の温度は一定と仮定しているが、実際の風洞内の温度は実験中に変化するため、温度補償が必要となる。中心速度10m/sのチャンネル流で、室温を19から22の範囲で変化させて、壁面せん断応力センサと壁面近傍に設置された熱電対により温度補償の補正率を求めた。本研究で使用したセンサの温度に対する出力の補正率は、-310mV/であった。温度補償は、まずせん断応力値と周囲温度を測定した後、この補正率を適応して温度補償済みのせん断応力値を算出した。

3.3 実験装置・条件・方法

本実験に用いたチャンネル型風洞をFig.7(a)に示す。高さ25.4mm、幅610mmの矩形断面、長さ4880mmのチャンネル型風洞を用い行われた。その風洞内において、はじめに熱線流速計を用いて流速分布測定を行い、チャンネル入り口付近で層流、後半では乱流になることを確認した。マイクロせん断応力イメージチップの設置状況はFig.7(b)に示すように特製PCボードに収められ、更にチャンネル入り口より4267mm下流の完全に乱流に遷移している位置に壁面と凸凹がない様に設置された。そして、チャンネル高さ($h = 25.4 \times 10^{-3}\text{m}$)の半分の高さと、その中央速度によるレイノルズ数 Re が696($v = 8\text{m/s}$)、1218($v = 14\text{m/s}$)および1740($v = 20\text{m/s}$)の3種類の実験条件に対して、第1列目の25個のセンサ列により長さ7.5mmの範囲で流れ方向の壁面せん断応力

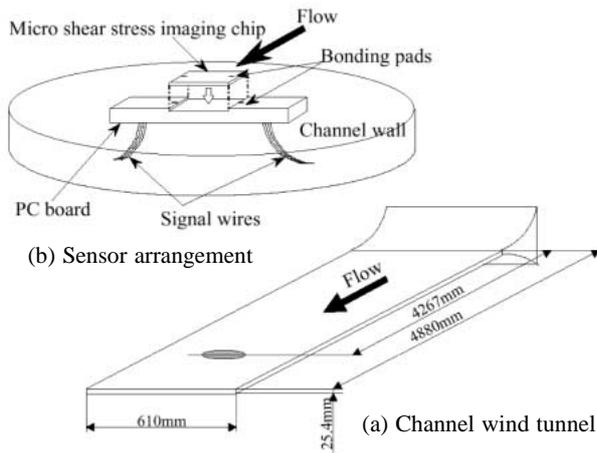


Fig. 7 Sensor arrangement and wind tunnel.

の時間変化を測定した。

3.4 実験結果

本センサより得られる壁面せん断応力の統計値はObiら¹⁸⁾やAlfredsonら¹⁹⁾の実験、Kimら⁵⁾の数値計算と比較すると概ね同等であり、良好な計測が行われていることが確認されている⁷⁾。MEMSせん断応力イメージチップにより測定された、時空間準2次元せん断応力分布は、Fig.8に示した通りであり、Fig.8(a)から(c)の横軸は、流れと直角方向の位置（データ数25：全幅7.5mm）、縦軸は時間（データ数

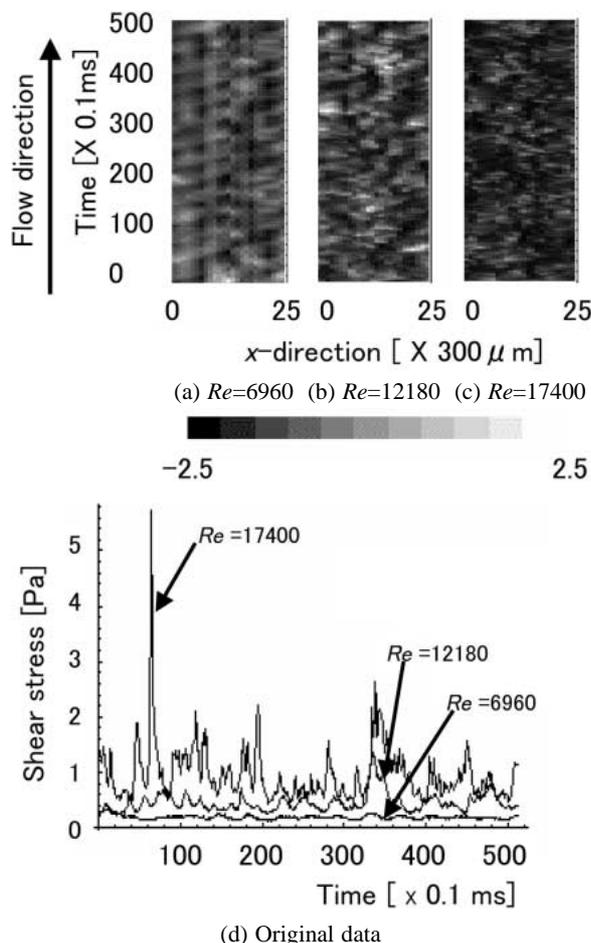


Fig.8 Shear stress measured with the imaging chip.

512：全時間51.2ms)である。これらのFig.8(a)から(c)は、各レイノルズ数におけるせん断応力 τ を、その測定範囲内の平均値 τ_m と平均実行値 τ_{rms} とを用いて、

$$\bar{\tau} = \frac{\tau - \tau_m}{\tau_{rms}} \quad (25)$$

のように実験条件ごとに、正規化したせん断応力 $\bar{\tau}$ で示している。そのせん断応力の大きさは、11段階のグレースケールで示されており、せん断応力の高いところは淡色で、低いところは濃色で示されている。さらに、Fig.8(d)には参考のために、最大値 τ_{max} が現れるx方向の場所における、無次元化する前のせん断応力 τ の時間分布オリジナルデータについて表示してある。

Fig.8(d)のせん断応力 τ の時間分布オリジナルデータより、レイノルズ数が増加するに従い、壁面せん断応力変動成分は平均値に対して極端に大きなピークを持つようになる。これは、層流境界層においては境界層速度分布が平均的であり、壁面近傍の速度勾配に起因する壁面せん断応力の変動もほとんど現れない。ところが、乱流境界層では、壁面に存在する組織的構造として認識されるバースティングイベントに誘導された縦渦の影響で、壁面近傍での速度勾配が急激に増大し、これに伴い壁面せん断応力が急増し急峻なピーク波形が出現するものと考えられる。

Fig.8(a)から(c)より、時空間における全ての周波数成分が合成されたせん断応力分布を観察することができる。高レイノルズ数 $Re = 17400$ の場合は、中レイノルズ数 $Re = 12180$ と比べて、白色部分（相対的に大きな値）の領域が小さく黒色部分（比較的小さな値）の領域が広くなるのが分かる。

4. ウェーブレット解析と考察

4.1 解析方法

Fig.8のセンサから得られる流れと直角方向（横方向：x-direction）のデータ数25（幅7.5mm）と、時間軸（縦方向：y-direction）51.2msのデータ数512個の準2次元せん断応力分布データ領域を解析対象とした。これらの25×512個のデータに対して、式(6)から(10)の離散ウェーブレット変換を施し、式(10)のウェーブレットスペクトラム S を得て、それに対して式(14)から式(16)の離散ウェーブレット逆変換を施し、多重解像度解析を行った。ここで、離散ウェーブレット変換は、対象とするデータ数が2のべき乗である必要がある。Fig.8のx軸空間座標に関しては、まず25個の実測データに対してフーリエ変換を行い、ここで得られるフーリエ係数を用いて元のx軸空間方向の波形を近似して、この波形より1番目から3番目及び29番目から32番目の値を外挿し、実測値と併せて横方向32個の値とした。計算後はそのx軸空間座標の実測範囲における25個の値を表記した。この場合、せん断応力チップの仮想的な全長は9.6mm（= 300 μm × 32）であり、以後の周波数計算などについては、この仮想長さを基準として計算している。

4.2 解析結果と考察

Fig.9からFig.11は各レイノルズ数における多重解像度解析の結果であり、せん断応力の大きさを -2.5から2.5までの11段階の濃淡表示をしたものである。せん断応力の低い

ところは濃色で、高くなるにしたがって淡色で示している。ここで、Fig.8のせん断応力は、各レイノルズ数において、あらかじめ、前述のように平均値と実効値により正規化してあるので、多重解像度解析結果には、マイナスの値が生じる。本研究で用いたDaubechiesアナライジングウェーブレットは、正規直交系であるので、Fig.9からFig.11において、各レベルをすべて加え合わせたものは、Fig.8の元のせん断応力分布と完全に一致する。

これらの図において、レベルが高くなるにしたがって、せん断応力分布は低周波数成分から高周波数成分に分解されて示され、壁面の縞状低速領域から生ずる一連のバースティングイベントによる縦渦がもたらすせん断応力領域の様子が、位置と時間情報の准2次元で可視化することができる。Fig.3とFig.4から、各ウェーブレットレベルと、そのP.S.D.の最大値から求めた代表空間・時間周波数との関係は、Table 1に示した通りであり、このTable 1には最大のウェーブレットレベルにおける最大周波数（ナイキスト周波数）も記述されている。

Fig.9から11は、各レベルともその周波数帯域に即した縞状のせん断応力の分布が現れている。特にレイノルズ数が低い6960の場合と、レイノルズ数が高い17400の場合で、レベル0および1とを比較してみると、レイノルズ数の低い場合の方が、等高線内外の濃淡が強調される傾向が現れている。

また、レベル3までは周波数帯域に対応した縞状のせん断応力分布が現れているが、レイノルズ数が低い場合はレベル4および5になると、ほとんどその波形は現れないことがわかる。

4.3 コルモゴロフ乱流理論による考察

ここで離散ウェーブレット多重解像度の時間軸側に対して、コルモゴロフの乱流理論を適用し、ウェーブレットレベルと波数との関係の検討を行った。コルモゴロフ波数 k_k は、

$$k_k = \left(\frac{\varepsilon}{\nu^3} \right)^{1/4} \quad (26)$$

であり、ここで、 ν は動粘性係数、 ε はエネルギー輸送率

Table 1 Relation between wavelets level and representative frequency.

	Time frequency	Space frequency
Representative frequency on Level 0	2.0×10^1 [Hz]	1.04×10^{-1} [mm ⁻¹]
Representative frequency on Level 1	1.4×10^2 [Hz]	7.00×10^{-1} [mm ⁻¹]
Representative frequency on Level 2	2.3×10^3 [Hz]	1.2×10^0 [mm ⁻¹]
Representative frequency on Level 3	4.5×10^3 [Hz]	
Representative frequency on Level 4	8.8×10^3 [Hz]	
Representative frequency on Level 5	1.7×10^3 [Hz]	
Representative frequency on Level 6	4.7×10^3 [Hz]	
Maximum frequency on Level 6 f_{max}	4.7×10^3 [Hz]	1.6×10^0 [mm ⁻¹]

で、それは、

$$\varepsilon = A \frac{\nu_0^3}{l_0} \quad \nu_0 = 0.2\bar{v} \quad (27)$$

であり、 ν_0 は代表的な速度変動の大きさ、 l_0 はエネルギー保有領域の長さスケールで、本研究では、 ν_0 は乱流速度すなわち平均速度 \bar{v} の0.2倍とし、 l_0 はチャンネル高さの半分（ $=h/2$ ）、定数Aは1.0とした。3種類のレイノルズ数のウェーブレットレベル m における波数 k_m を、

$$k_m = \frac{2\pi f_R}{\nu_0} \quad (28)$$

で求めた。ここで、 f_R はFig.4に示した各ウェーブレットレベルにおいてP.S.D.値が最大値をとるときの代表周波数である。そのウェーブレットレベルと代表波数との関係はTable 2に示した通りであり、レベル1の代表波数はエネルギー保有領域の波数 k_0 周辺を、また、レベル6の最大波数 k_{max} は、コルモゴロフ波数周辺に相当している。すなわち、ウェーブレットレベルのレンジは、エネルギー保有領域から散逸領域をカバーしていることがわかる。

次に、各ウェーブレットレベルごとの全せん断応力を、

$$\bar{\tau}_{all} = \sum_{j=1}^{512} \sum_{i=1}^{25} \sqrt{(\tau_{ij})^2} \quad (29)$$

で定義し、その全せん断応力とレイノルズ数との関係を考察した。ここで、 i は空間軸における位置で、 j は時間軸における位置を示している。その結果は、Fig.12に示した通りであり、横軸はTable 2における各レベル代表波数をコルモゴロフ波数 k_k で無次元化している。せん断応力分布が[Pa]、時空間軸が[ms \cdot μ m]の次元を持つ場合、縦軸は

Table 2 Relation between wavelets level and representative wavenumber.

	$\nu = 8\text{m/s}$ $Re = 6960$	$\nu = 14\text{m/s}$ $Re = 12180$	$\nu = 20\text{m/s}$ $Re = 17400$
Representative wavenumber on Level 0	7.9 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]	4.5 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]	3.1 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]
Wavenumber in energy contain region k_0	8.0 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]	8.0 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]	8.0 $\times 10^{-1}$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 1	5.5 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]	3.1 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]	2.1 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 2	9.0 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]	5.3 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]	3.7 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 3	1.8 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	1.0 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	7.1 $\times 10^0$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 4	3.5 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	2.0 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	1.4 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 5	6.7 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	3.9 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]	2.7 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]
Representative wavenumber on Level 6	1.9 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	1.0 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	7.4 $\times 10^1$ [cm ⁻¹]
Maximum wavenumber on Level 6 k_{max}	1.96 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	1.12 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	0.79 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]
Kolmogorov wavenumber k_k	1.749 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	2.66 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]	3.48 $\times 10^2$ [cm ⁻¹]

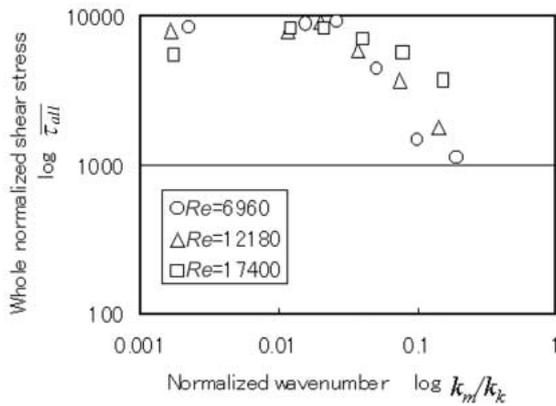


Fig.12 Relation between whole normalized shear stress and wavenumber on the time-space.

[Pa · ms · μm] の次元をもつが, Fig.9から11のウェーブレット多重解像度で表したせん断応力は無次元化されているので, このFig.12の縦軸は [ms · μm] の次元をもつ。

この図において, レベル0に相当するエネルギー保有領域 ($k_m/k_k = 0.001$ 付近) では, レイノルズ数が高いほどその全せん断応力は小さくなった。このことは, エネルギー保有領域, つまり主流からエネルギーを取り入れる波数範囲の影響が, 低いレイノルズ数ほど相対的に大きく現れているものと考えられる。また, エネルギー散逸領域に相当するレベル4とレベル5の高レベル ($k_m/k_k = 0.1$ 付近) においては, レイノルズ数が大きくなるに従って全体的にその全せん断応力は大きくなった。これは, 散逸領域である高周波数領域では, レイノルズ数大きい方がその乱流エネルギーが大きいことになる。これはFig.8(d)に示したように, 高いレイノルズ数では壁面近傍の組織的構造に起因する縦渦の影響で壁面せん断応力が高い周波数を伴い急増するために, コルモゴロフ波数付近でありながらも, 低いレイノルズ数に対して相対的に全せん断応力が高めに現れたものと考えられる。逆を言えば, レイノルズ数が小さい場合は, その粘性の影響によって渦が散逸してしまうことを裏付けている。以上の流体力学的かつ定性的な考察からも, 本可視化手法が妥当であることがわかる。

5. 結論

MEMSせん断応力イメージチップにより, レイノルズ数6960から17400までの3種類の条件で, 乱流境界層における壁面せん断応力を測定し, その時間空間準2次元応力分布に対して2次元離散ウェーブレット変換を試みた。その結果, 次のことが明らかとなった。

- (1) 時間空間周波数帯域別にせん断応力分布を分離することができ, 各周波数レベルごとに壁面せん断応力の縞状構造を可視化することができた。
- (2) エネルギー保有領域に相当するレベル0は主流の影響を強く受けること, また, 慣性小領域に相当するレベル1と2により壁面せん断応力の縞状構造がより鮮明に可視化することができた。更に, レベル4と5の散逸領域である高周波数領域では粘性の影響が強く現れ, レイノルズ

数が低くなるほど渦構造が散逸していく過程が可視化された。

本研究を行うに当たり, 日本カノマックス(株)名越正穂氏にご助言をいただきました。本研究は, 平成11年度日本大学理工学部特別推進研究, および, 科学技術振興事業団(JST)の独創的研究育成事業プロジェクトによりなされたものであります。ここに感謝申し上げます。

参考文献

- 1) Cantwell, B. J. : Organized Motion in Turbulent Flow, Ann. Rev. Fluid Mech. Vol. 13 (1981) pp. 457-515.
- 2) Head, M. R., Bandyopadhyay, P. : New Aspects of Turbulent Boundary-Layer Structure, J. Fluid Mech. Vol. 107 (1981) pp. 297-338.
- 3) Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A., Runstadler, P.W. : The Structure of Turbulent Boundary Layers, J. Fluid Mech. Vol. 30, No. 4 (1967) pp. 741-773.
- 4) Smith, C. R., Metzler, S. P. : The Characteristics of Low-Speed streaks in the Near-Wall Region of a Turbulent Boundary Layer, J. Fluid Mech. Vol. 129 (1983) pp. 27-54.
- 5) Kim, J., Moin, P., Moser, R. : Turbulent Statistics in Fully developed Channel Flow at Low Reynolds Number, J. Fluid Mech. Vol. 177 (1987) 133-166.
- 6) Ho, C. M., Tung, S., Lee, G. B., Tai, Y. C., Jiang, F., Tsao, T. : MEMS A Technology for Advancements in Aerospace Engineering, AIAA Paper 97-0545 (1997).
- 7) Kimura, M., Tung, S., Lew, J., Ho, C. M., Jiang, F., Tai, Y. C. : Measurements of Wall Shear Stress of a Turbulent Boundary Layer using a Micro-Shear-Stress Imaging Chip, Fluid Dynamics Research, Vol. 24, No. 6 (1999) pp. 329-342.
- 8) Young, R. K. : Wavelet Theory and its Applications, Kluwer Academic Publishers, USA (1993), 日本語訳, 袋谷賢吉, ウェーブレット信号処理とシステム推定への応用, トッパン (1997).
- 9) 石川仁, 木谷勝, 望月修 : ウェーブレット変換による乱流後流の解析, 日本機械学会論文集B編, Vol. 61, No. 587 (1995) pp. 53-61.
- 10) 田畑隆英, 李輝, 野崎勉 : ウェーブレットによる拘束噴流内の二次元流れの解析, 可視化情報学会誌, Vol. 19, No. 73 (1999) pp. 33-38.
- 11) Li, H., Nozaki, T. : Application of Wavelet Cross-correlation Analysis to a Plane Turbulent Jet, JSME Int.Journal Fluids and Thermal Eng. Vol. 40, No. 1 (1997) pp. 58-66.
- 12) 斎藤兆古 : 離散値系ウェーブレット変換の電磁界計算への応用, 電気学会論文誌A, Vol. 116A, No. 10 (1996) pp. 833-839.
- 13) 緑川洋一, 早野誠治, 斎藤兆古 : 離散値系ウェーブレット変換によるノイズフィルタ評価の検討, 電気学会論文誌A, Vol. 117A, No. 2 (1997) pp.128-133.
- 14) Li, H., Takei, M., Ochi, M., Saito, Y., Horii, K. : Application of Two-dimensional Orthogonal Wavelets to Multiresolution Image Analysis of a Turbulent Jet, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 42, No. 137 (1999) pp. 120-127.
- 15) Jiang, F., Tai, Y. C., Gupta, B., Goodman, R., Tung, S., Huang, J. B., Ho, C. M. : A Surface-Micromachined Shear Stress Imager, 9th IEEE on MEMS (1996) p. 110.
- 16) Huang, J. B., Tung, S., Ho, C. H., Liu, C., Tai, Y. C. : Improved Micro Thermal Shear-Stress Sensor, IEEE transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 45, No.2 (1996) p. 570.
- 17) Hussain, A. K. M. F., Reynolds, W. C. : The Mechanics of a Perturbation Wave in Turbulent Shear Flow, Air Force Office of Scientific Report 70-1655TR (1970) pp. 29-33.
- 18) Obi, S., Inoue, K., Furukawa, T., Masuda, S. : Experimental Study on the Statistics of Wall Shear Stress in Turbulent Channel Flows, Proceedings of 10th Symposium on Turbulent Shear Flows Vol. 1 (1995) pp. 5-19-5-24.
- 19) Alfredsson, P.H., Johansson, A.V., Haritonidis, J.H. Eckelmann, H. : The Fluctuating Wall Shear Stress and the Velocity Field in the Viscous Sublayer, Phys. Fluids, Vol. 31, No. 5 (1988) pp. 1026-1033.